



# Kartografia a geoinformatika 1

Prednáška 4 – Kartografické zobrazenia

prof. Mgr. Jaroslav Hofierka, PhD.

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach

Ústav geografie

Jesenná 5, Košice, Slovakia

<http://www.uge.science.upjs.sk>

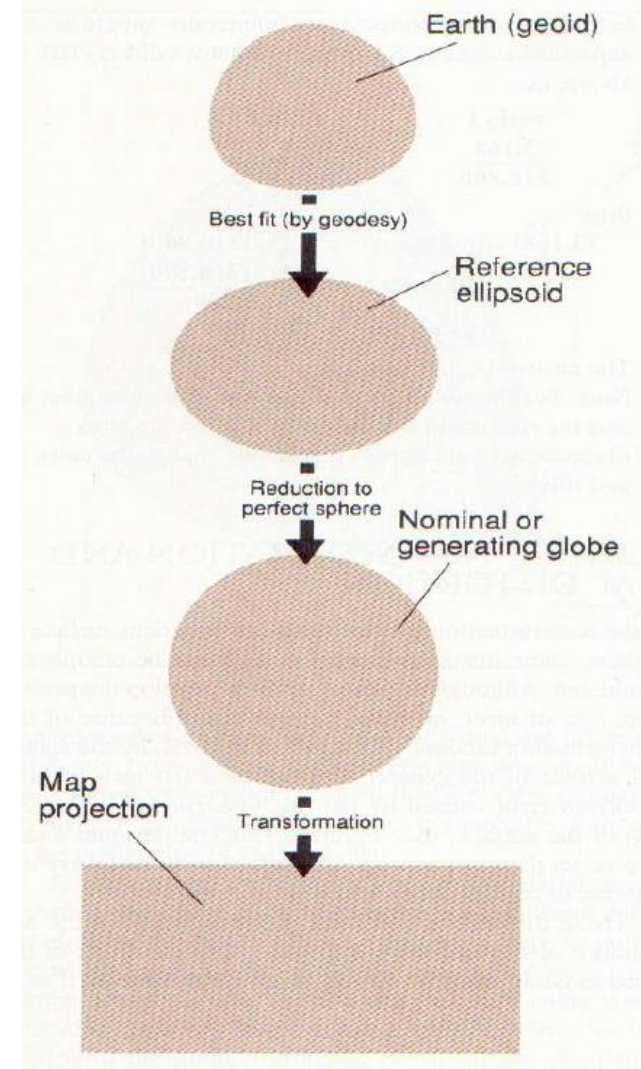
jaroslav.hofierka@upjs.sk

# Kartografické zobrazenia

- Kartografické zobrazenie je matematicky/geometricky definovaný vzťah medzi geografickými súradnicami bodov na referenčnej ploche (guľa, elipsoid) a súradnicami (pravouhlými a polárnymi) v zobrazovacej rovine.
- Tento vzťah rieši základnú úlohu matematickej kartografie - rozvinutie sférickej plochy elipsoidu alebo gule do roviny mapy.
- Tento vzťah sa matematicky vyjadruje tzv. **zobrazovacími rovnicami**.
- Všeobecne ho môžeme vyjadriť takto:

$$x, y = f(\varphi, \lambda)$$

kde  $\varphi, \lambda$  sú geografické súradnice na referenčnej ploche a  $x, y$  sú rovinné súradnice v mape,  $f$  je matematický vzťah/funkcia, ktorý je pre každý typ kart. zobrazenia iný.

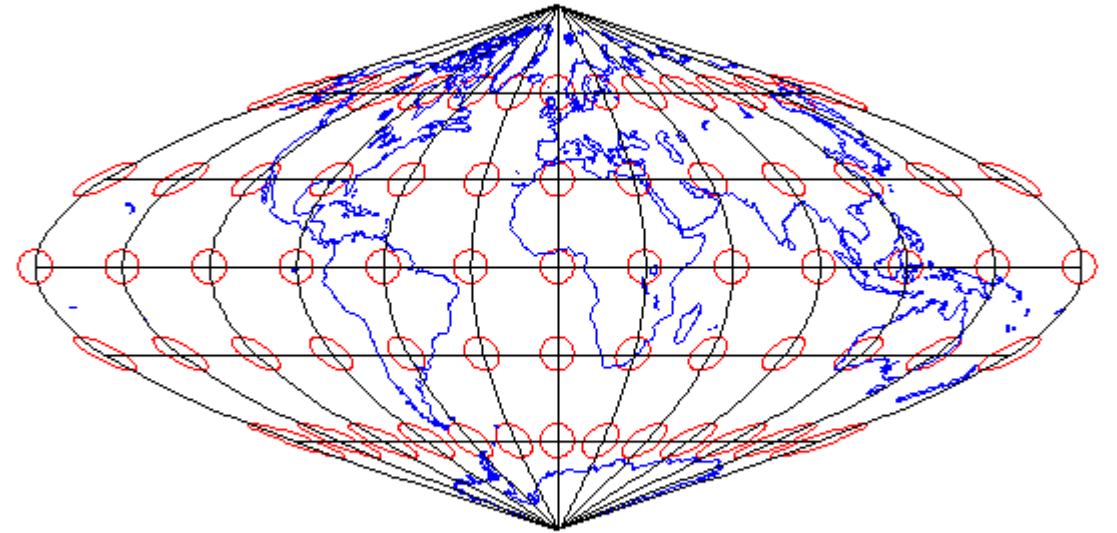


# Zobrazovacie rovnice

$$\begin{aligned}x &= f(\varphi, \lambda) & \varphi &= F(x, y) \\ y &= g(\varphi, \lambda) & \lambda &= G(x, y)\end{aligned}$$

$f, g, F, G$  sú matematické funkcie (spojité, nezávislé a diferencovateľné).

Pri zobrazovaní referenčnej plochy na zobrazovaciu plochu dochádza ku skresleniam vyplývajúcich zo zakrivenia (krivostí).



Tissotova indikatrix (elipsa skreslenia)

# ➤ ROZDELENIE A KLASIFIKÁCIA KARTOGRAFICKÝCH ZOBRAZENÍ

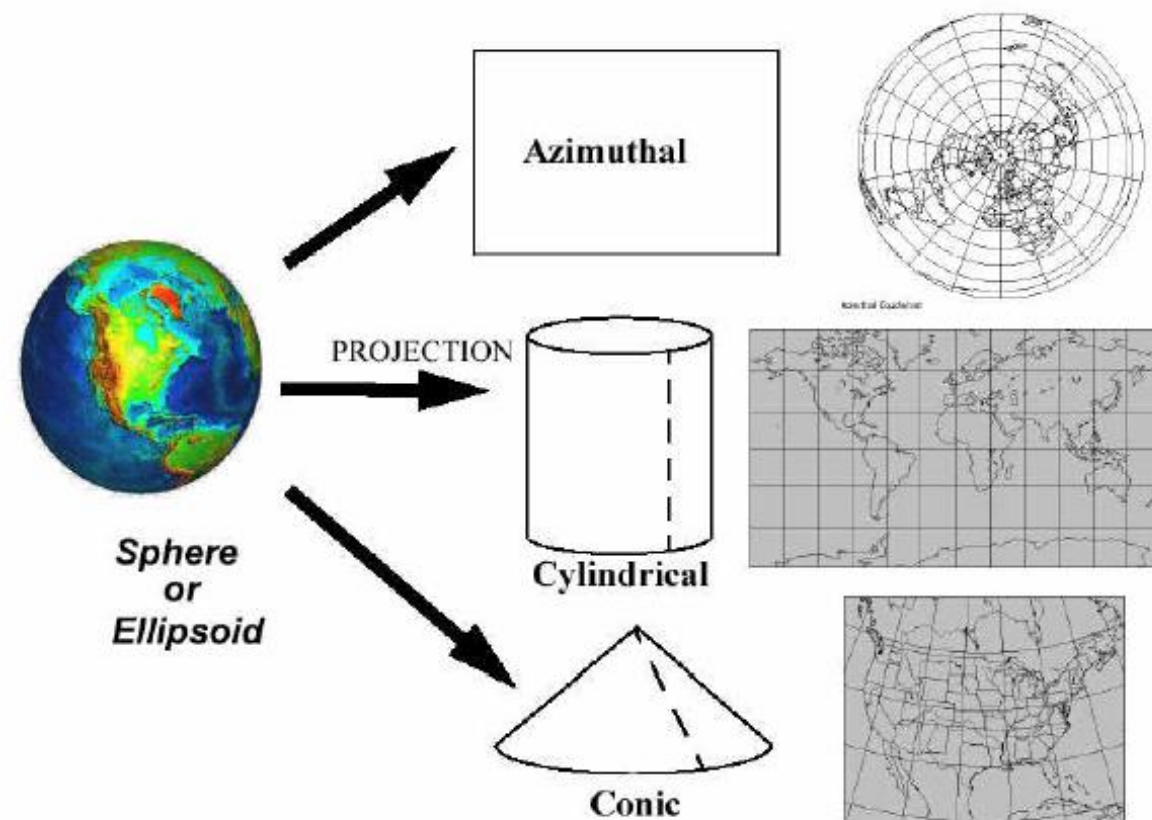
## Podľa druhu a polohy zobrazovacej plochy:

### ▪ **pravé zobrazenia:**

1. **azimutálne:** zobrazenie na rovinu
2. **valcové (cylindrické):** zobrazenie na plášť valca
3. **kužeľové (kónické):** zobrazenie na plášť kužeľa

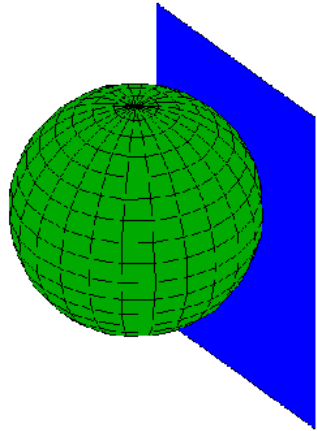
### ▪ **nepravé zobrazenia:**

- sú zachované len niektoré charakteristiky pravých zobrazení a niektoré sú zmenené v záujme minimalizácie skreslení
- pre mapy malých mierok, najmä pri zobrazovaní celej Zeme na jednom mapovom liste



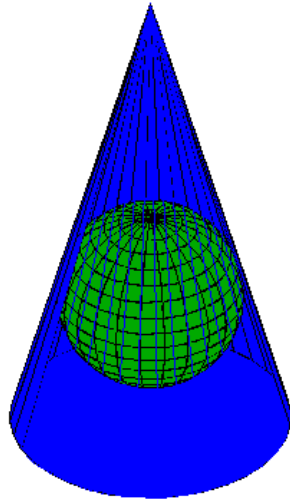
### Azimutálne zobrazenie

- obraz sa prenáša priamo na rovinu
- vhodné pre územia v tvare guľového odseku



### Kužeľové zobrazenia

Obraz referenčného telesa sa zobrazí najprv na pomocnú plochu - plášť kužeľa - a po jeho rozvinutí dostávame rovinný obraz. Plášť kužeľa sa ref. plochy len dotýka, alebo ju presekáva.

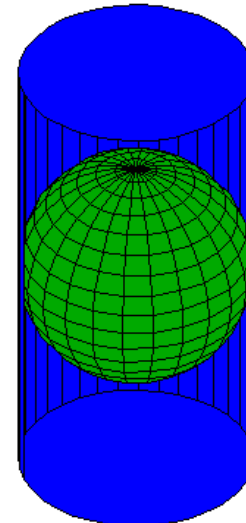


### Valcové zobrazenia

- jedná sa o špeciálny prípad kužeľového zobrazenia

Referenčná plocha sa zobrazí na plášť valca, ktorý sa jej dotýka alebo ju presekáva.

Znaky: - poludníky a rovnobežky sa zobrazujú ako sústava rovnobežných priamok, poludníky aj s konštantnými rozstupmi.

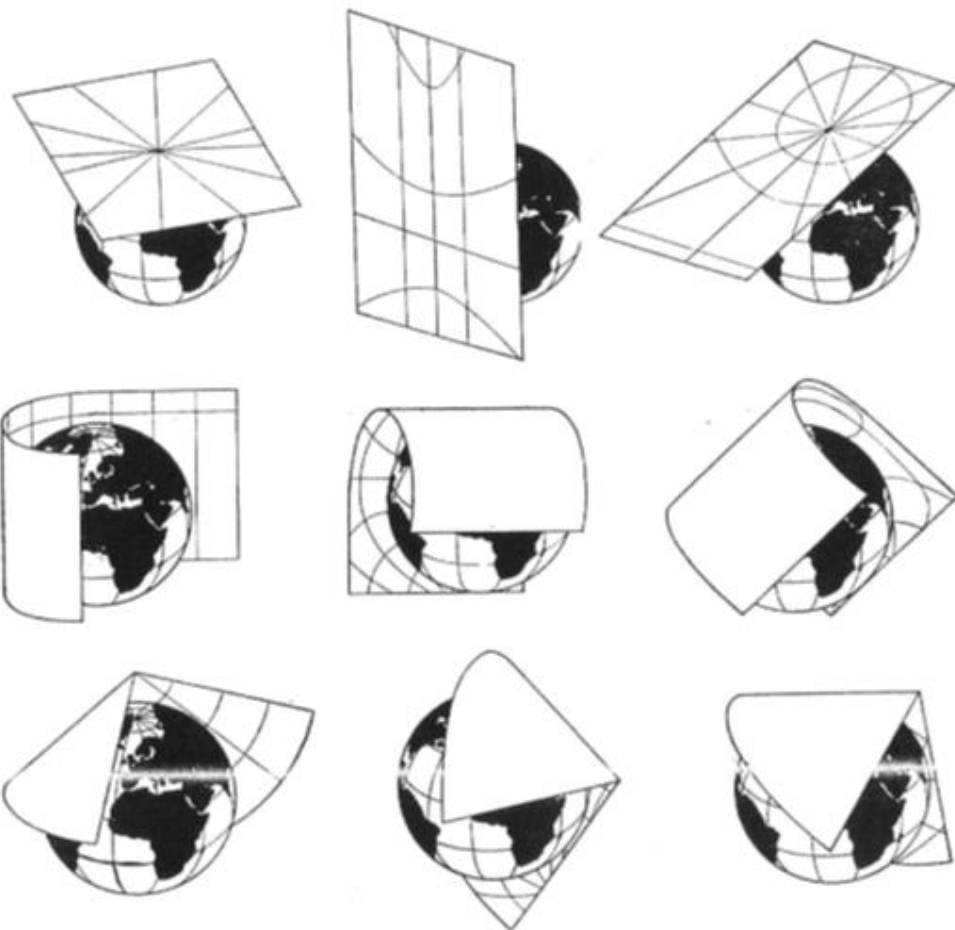


Poloha zobrazovacej plochy

normálna

priečna

šikmá



## Podľa polohy zobrazovacích plôch:

- **normálna (polárna)** - os zobrazovacej plochy je zhodná s osou referenčnej plochy (guľa, elipsoid) t. j. so zemskou osou
- **priečna (transverzálna)** - os zobrazovacej plochy leží v rovine rovníka
- **šikmá (obecná)** - os zobrazovacej plochy prechádza stredom referenčnej plochy, ale v inom smere ako pri normálnej alebo priečnej polohe



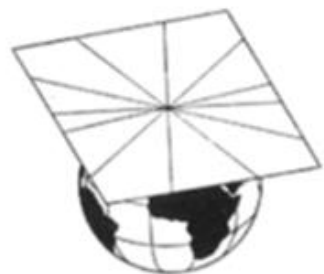
Poľoha zobrazovacej plochy

a  
z  
i  
m  
u  
t  
á  
l  
n  
e

v  
a  
l  
c  
o  
v  
é

k  
u  
ž  
e  
r  
o  
v  
é

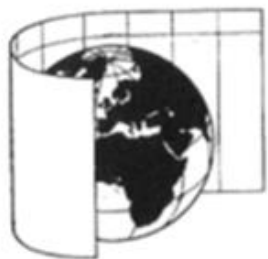
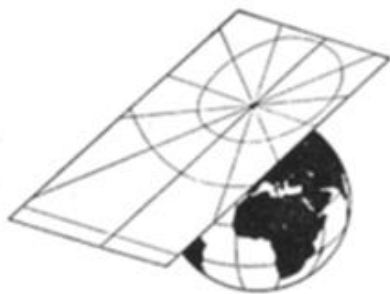
normálna



priečna



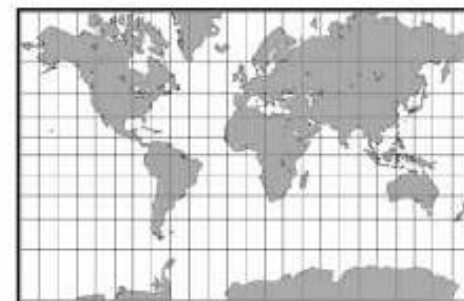
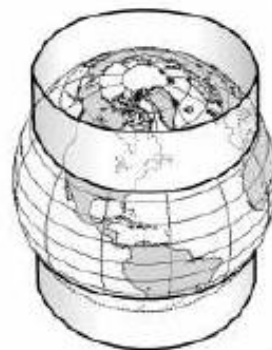
šikmá



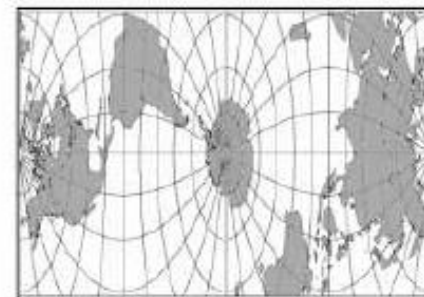
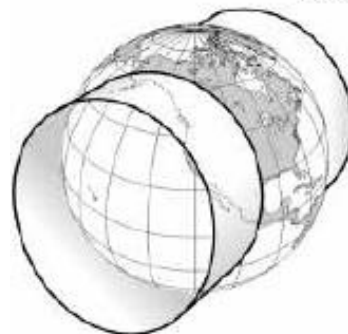
valcové



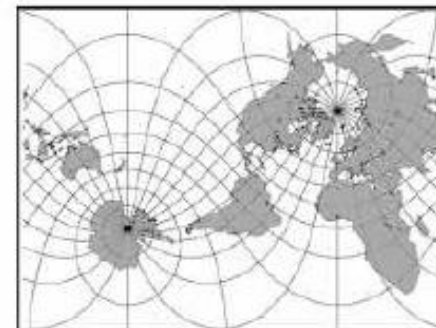
Equatorial



Transverse



Oblique



## Podľa skreslenia:

- **ekvidištantné (rovnakodĺžkové)** - *neskreslené dĺžky* v niektorých smeroch spravidla v smere poludníkov alebo rovnobežiek; neexistuje zobrazenie, ktoré by neskresľovalo žiadne dĺžky
- **ekvivalentné (rovnakoplošné)** - *neskreslené plošné rozmery*; skreslenie uhlov je však značné, čo sa prejavuje najmä v tvaroch plôch
- **konformné (rovnakouhlové)** - *neskreslené horizontálne uhly*; značne sú skreslené plochy; používajú sa najmä pre štátne mapové diela, ktoré slúžia pre navigáciu a orientáciu
- **kompensačné (vyrovnávacie)** - *minimalizujú všetky skreslenia alebo neskresľujú napr. určitú sústavu čiar a plochy a pod.*; používajú sa najmä pri zobrazovaní rozsiahlych území alebo celej Zeme

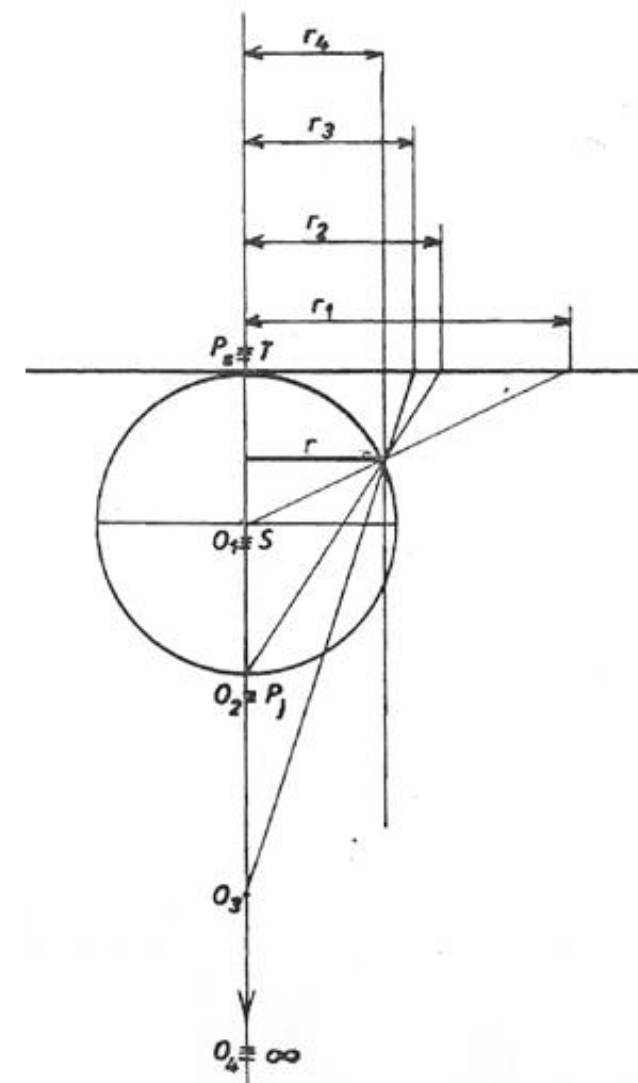


# Podľa spôsobu konštrukcie geografickej siete:

- **perspektívne zobrazenia** - zobrazenia definované geometrickou cestou a takmer výhradne sa ako referenčné teleso používa guľa; často sa označujú ako **projekcie** a v súčasnosti sa využívajú už len zriedkavo, majú význam z historického hľadiska
- **neperspektívne zobrazenia** - zobrazenia definované výhradne na základe matematicky určených podmienok

# Podľa polohy stredu premietania:

- **gnómonické** - stred premietania leží v strede referenčnej gule
- **stereografické** - stred premietania leží v protíľahlom póle od dotykového bodu zobrazovacej roviny
- **externé** - stred premietania leží za protíľahlým pólom, ale nie v nekonečnu
- **ortografické** - stred premietania leží v nekonečnu ( $\infty$ )



*Schéma perspektívnych zobrazení*

## ➤ SKRESLENIE V MAPÁCH

- rovinný obraz referenčnej plochy **je vždy skreslený**
- obecné sú deformované vzájomné **polohy bodov a tvary (krivosť čiar)**
- **skreslenie rastie** so zväčšujúcim sa rozsahom zobrazovaného územia, pokiaľ je zobrazované do roviny ako celok
- pri transformácii medzi referenčnými plochami a zobrazovacou rovinou dochádza **k skresľovaniu dĺžok, plôch a uhlov**

# ➤ SKRESLENIE V MAPÁCH

- **dĺžkové skreslenie**  $md$  - pomer dĺžkového elementu  $dS$  v zobrazovacej rovine (v rovine mapy) k jeho obrazu  $ds$  na referenčnej ploche (guli, elipsoidu):

$$md = dS : ds$$

- **plošné skreslenie**  $mpl$  - pomer plošného elementu  $dP$  na zobrazovacej rovine k jeho obrazu  $dp$  na referenčnej ploche:

$$mpl = dP : dp$$

- **uhlové skreslenie**  $\Delta\omega$  - rozdiel veľkosti uhla  $\omega$  na zobrazovacej ploche a jeho obrazu  $\omega'$  na referenčnej ploche:

$$\Delta\omega = \omega - \omega'$$

## ➤ VÝBER KARTOGRAFICKÝCH ZOBRAZENÍ

- V histórii kartografie bolo vytvorených okolo 300 zobrazení.
- V praxi sa však používa len niekoľko desiatok, ale aj tak je nutné brať do úvahy niektoré **kritéria uľahčujúce ich výber**.

### Kritéria pre výber kartografického zobrazenia:

- **veľkosť zobrazovaného územia**
- **tvár zobrazovaného územia**
- **geografická poloha územia** (pre rovníkové oblasti - valcové v normálnej polohe, pre oblasti mierneho pásma - kužeľové v normálnej polohe najmä ak sú natiahnuté v smere rovnobežiek, pre polárne oblasti - azimutálne v normálnej polohe)
- **účel mapy**

## ➤ **NAJZNÁMEJŠIE HISTORICKÉ KARTOGRAFICKÉ ZOBRAZENIA**

Z *valcových zobrazení* zobrazujúcich celú Zem:

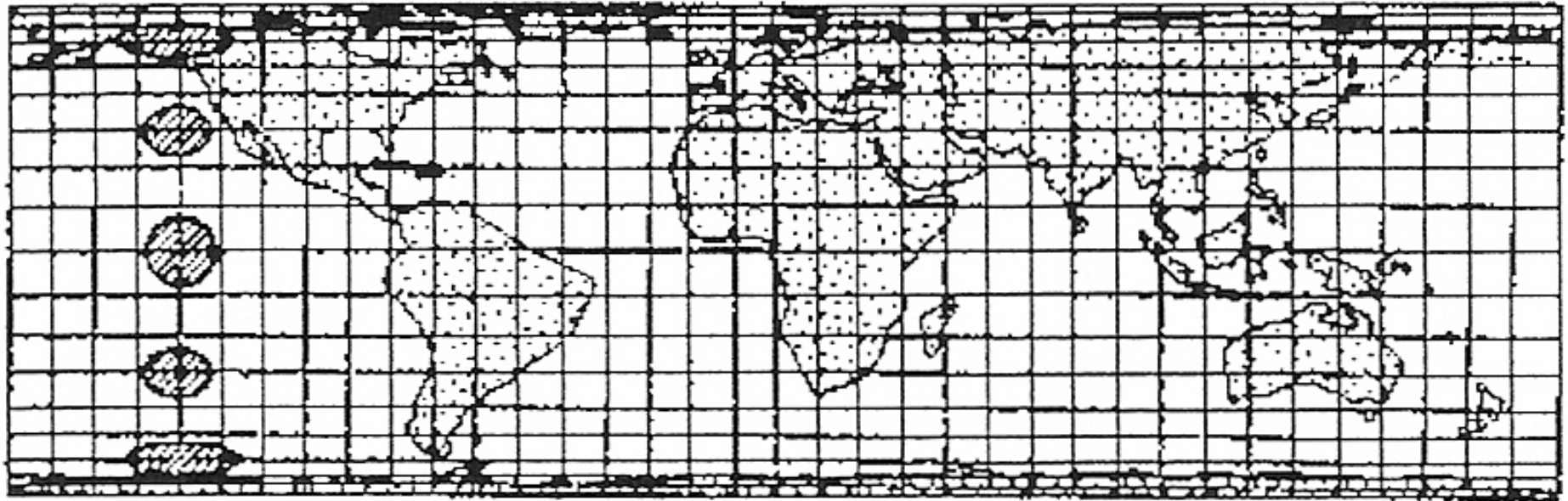
1. Lambertovo zobrazenie
2. Marinovo zobrazenie
3. Mercatorovo zobrazenie

---

4. **KARTOGRAFICKÉ ZOBRAZENIA VYUŽÍVANÉ V ŠTÁTNYM MAPOVOM DIELE  
SLOVENSKEJ REPUBLIKE**

**V**

**Lambertovo zobrazenie** - je valcová kartografická projekcia, ktorej výsledkom je zobrazenie Zeme (mapa), na ktorom sú poludníky od seba rovnako vzdialené rovnako, kým rovnobežky sa zhustujú smerom k pólom v závislosti od goniometrickej funkcie sínusu zemepisnej šírky; poludníky a rovnobežky sú rozvinuté do úsečiek.



$$x = r \operatorname{arc} \lambda \quad y = r \sin \varphi$$

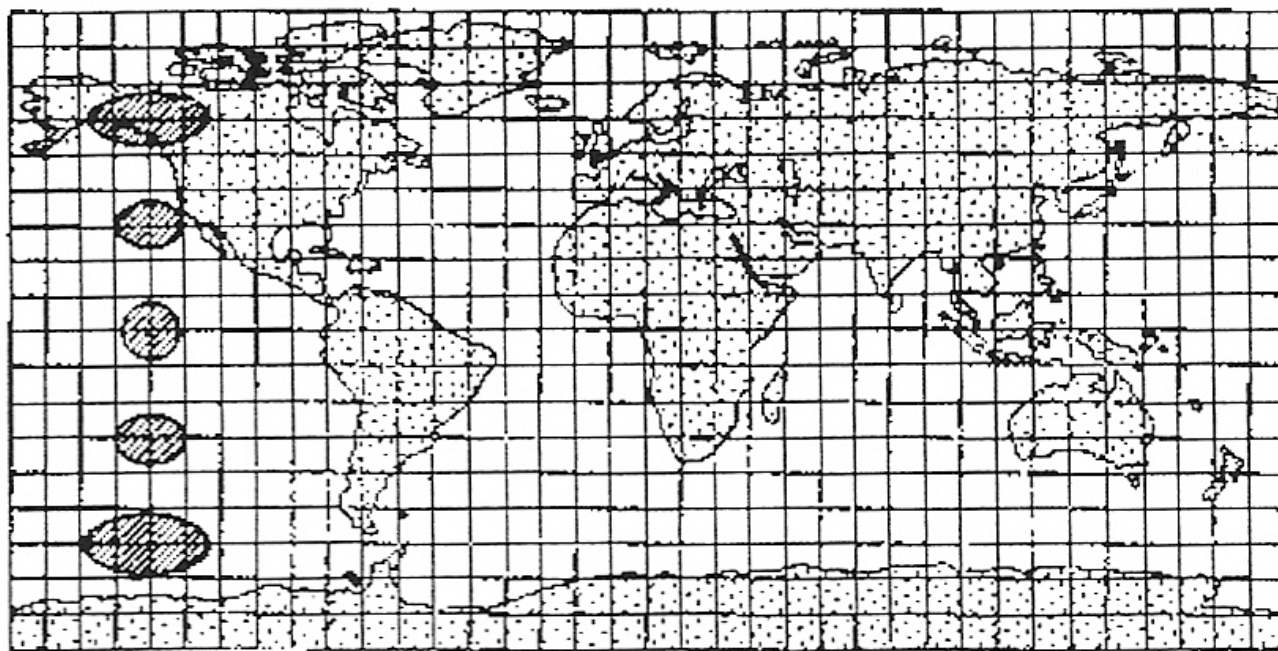
$r$  - polomer referenčnej gule zmenšený mierkou mapy ;  $\lambda$ ,  $\varphi$  - zemepisné súradnice

**Johann Heinrich Lambert** (\*1728– †1777) bol nemecký filozof, fyzik, astronóm a matematik, kartograf.



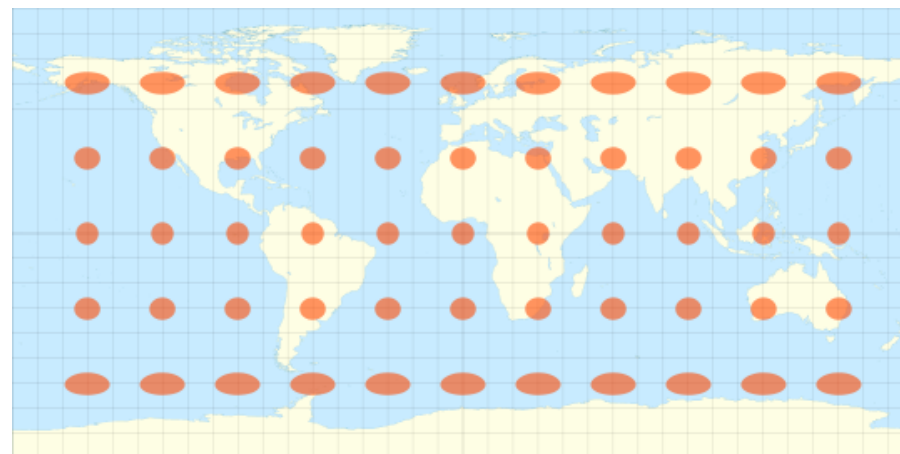
# Marinovo zobrazenie – ekvidištantné

- Ekvidištantná valcová projekcia (**tiež Marinovo zobrazenie**) je jednoduchá kartografická projekcia, ktorej výsledkom je zobrazenie Zeme (mapa), na ktorom sú poludníky od seba rovnako vzdialené rovnako ako rovnobežky; poludníky a rovnobežky sú rozvinuté do úsečiek.
- Pôvodná myšlienka tohto veľmi jednoduchého zobrazenia je prisudzovaná **Marinovi z Tyra** okolo r. 100 n.l.



$$x = \lambda \cos \varphi_1 \quad y = \varphi$$

$\varphi_1$  - parameter rovnobežiek (severných a južných od rovníka, ktorý určuje skutočný rozsah správnej projekcie.



# Mercatorovo zobrazenie

je druh transversálneho valcového mapového zobrazenia, ktoré navrhol roku 1569 flámsky kartograf **Gerhard Mercator**. Používa sa najmä na námorných a leteckých navigačných mapách.



*Mercatorovej zobrazenie sveta po 86. stupeň severnej a južnej zemepisnej šírky*



*Tissotov indikatrix (pomôcka znázorňujúci plošné a dĺžkové skreslenie) Mercatorovej zobrazenie*

$$x = R \cdot \text{arc } \lambda$$
$$y = R \cdot \text{arctg } \sin \varphi$$



**Gerhard Mercator** (latinsky Gerardus) (\*1512- †1594) bol flámsky kartograf a matematik nemeckého pôvodu. Je po ňom pomenované Mercatorove zobrazenie.

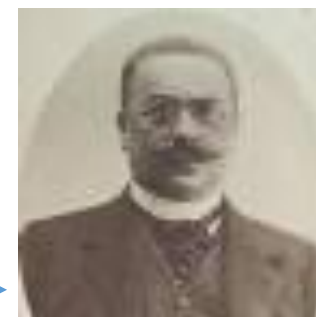
# Gauss-Krügerovo zobrazenie

- Toto zobrazenie je využívané pre veľkú časť štátnych mapových diel na celom svete a často sa využíva aj pre **ozbrojené sily**.
- V bývalom Československu sa začalo používať po druhej svetovej vojne, podobne ako v ostatných susedných štátoch.
- Do začiatku 70-tych rokov 20.stor. sa používalo pre vojenské i civilné účely, potom už len pre **vojenské účely**.
- V civilnom sektore sa odvtedy opäť začalo využívať už **Křovákovo zobrazenie**.
- Od r. 2007 sa už **nevyužíva ani v ozbrojených silách**, nahradilo ho veľmi podobné zobrazenie **UTM (Universal Transverse Mercator)**.



- Zobrazenie pôvodne na začiatku 19. stor. odvodil nemecký matematik **Carl Fridrich Gauss** (1775-1855), no počas jeho života bolo pre svoju zložitosť málo využívané a v odborných kruhoch málo známe.
- Na začiatku 20. stor. jeho myšlienky oživil a toto zobrazenie upravil a zjednodušil **Johann Heinrich Louis Krüger** (1857-1923), a preto sa nazýva Gauss-Krügerovo zobrazenie.

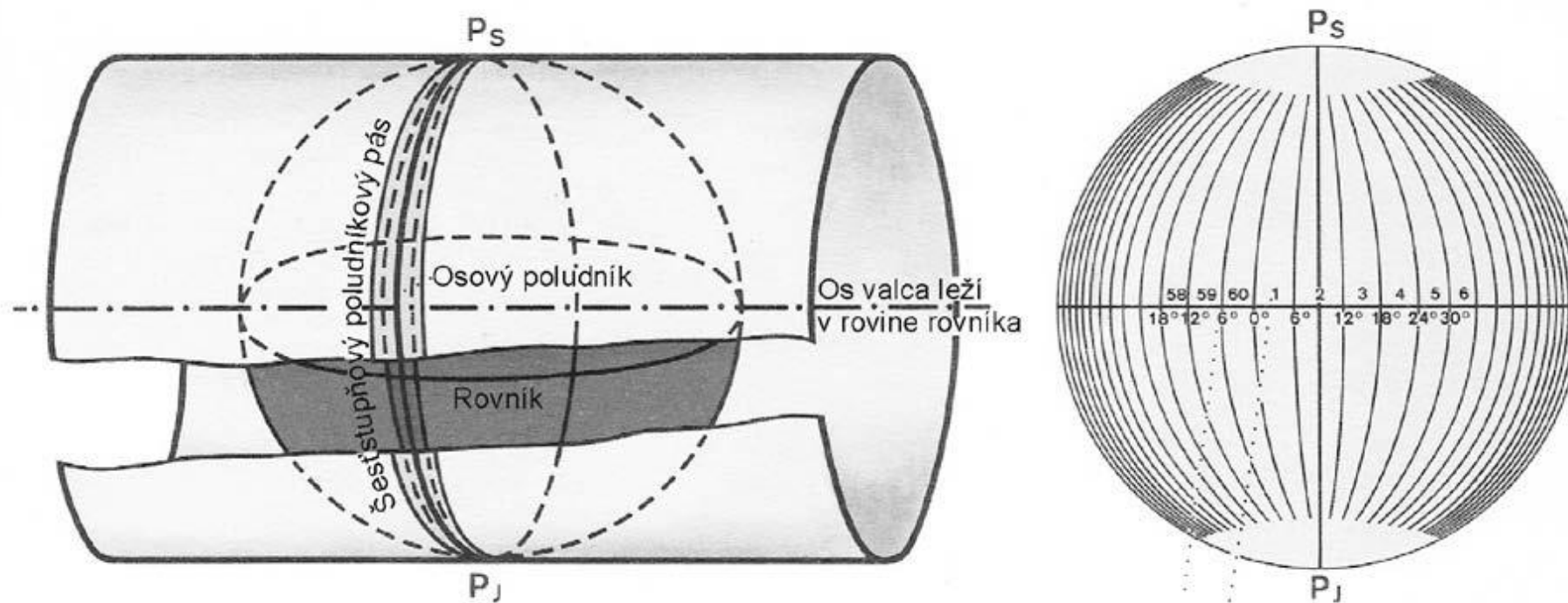
← *C.F. Gauss: nemecký astronóm, matematik a fyzik, jeden z najväčších matematikov a fyzikov všetkých čias.*



→ *J. H.L. Krüger: nemecký matematik a geodet.*

## ➤ Gauss-Krügerovo zobrazenie

- Matematicky je definované ako **konformné (rovnakouhlové) zobrazenie referenčného elipsoidu** (v SR **Krasovského elipsoid**) priamo do roviny.
- Približná geometrická predstava vychádza z postupného zobrazovania plochy elipsoidu na sústavu valcov v priečnej (transverzálnej) polohe pri ich postupnom pootáčaní o  $6^\circ$ .

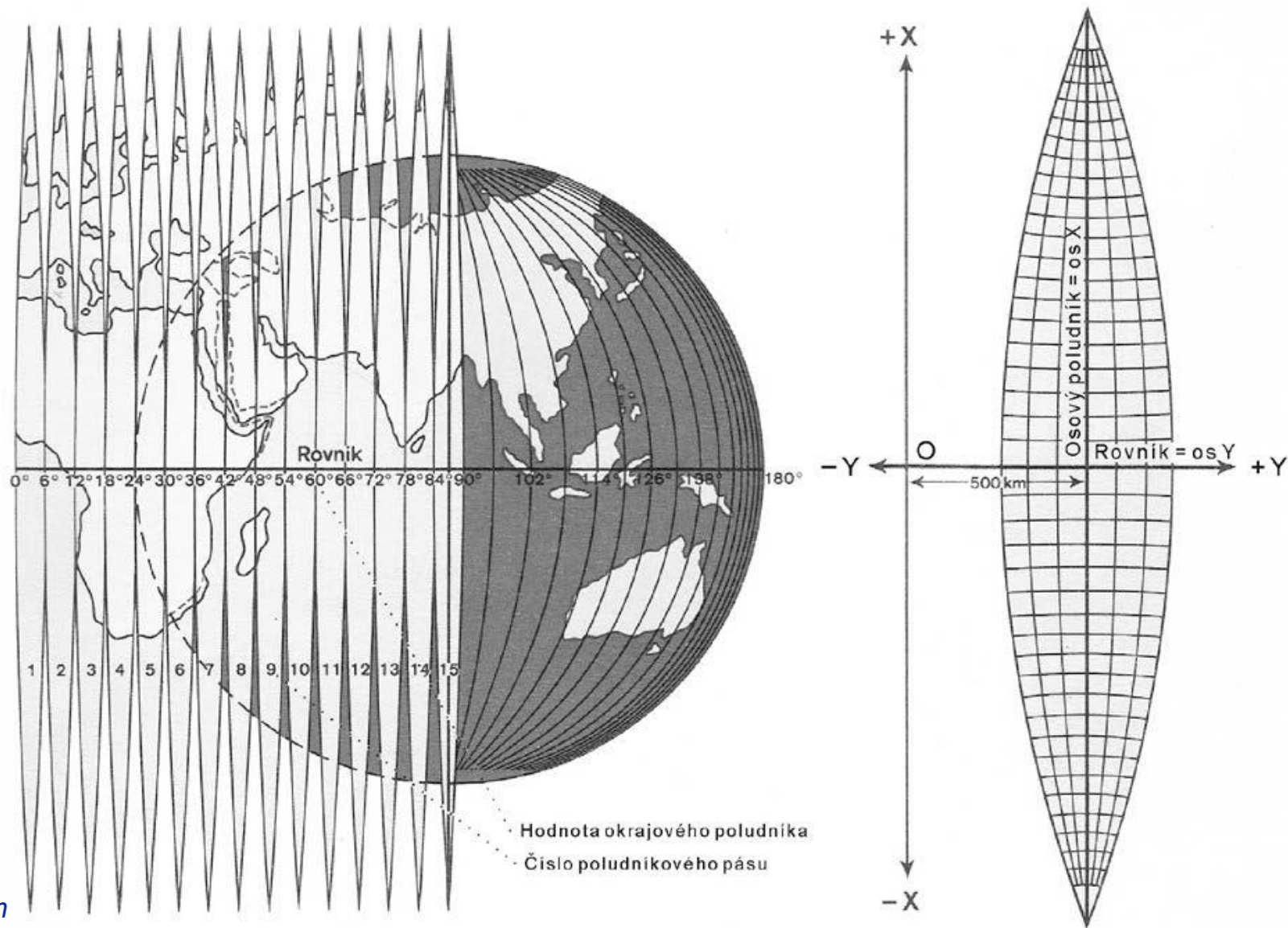


*Geometrická predstava Gauss – Krügerovho zobrazenia*



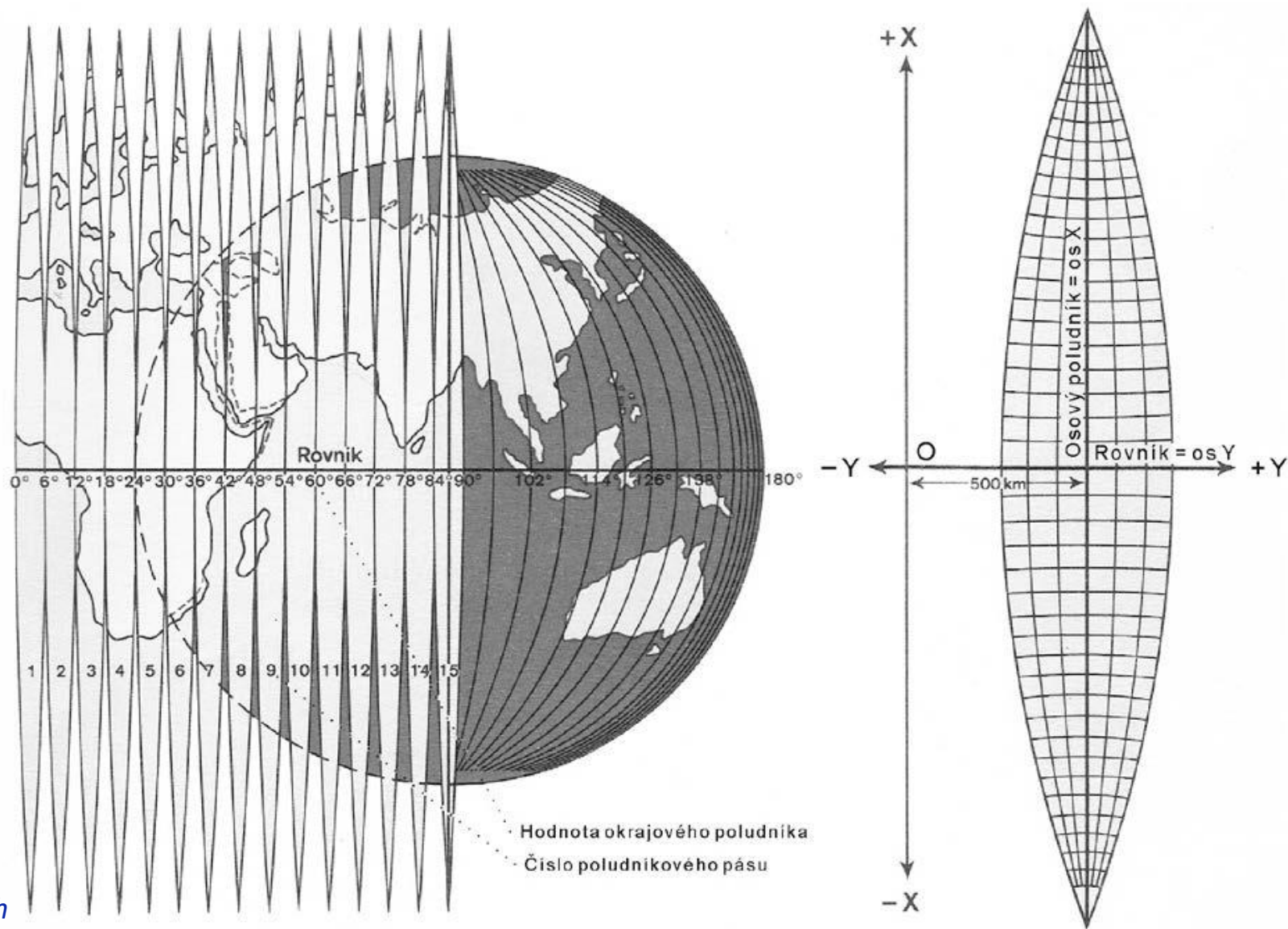
## ➤ Gauss-Krügerovo zobrazenie

- Každý poludníkový pás je samostatne zobrazený do roviny.
- Pre mapy stredných mierok sa najčastejšie používajú **šesťstupňové pásy** a v tejto podobe bolo využité aj pre naše územie vo vojenskom mapovom diele.
- Celé zemské teleso (referenčný elipsoid) je takto zobrazené na **šesťdesiatich pásoch**.



## ➤ Gauss-Krügerovo zobrazenie

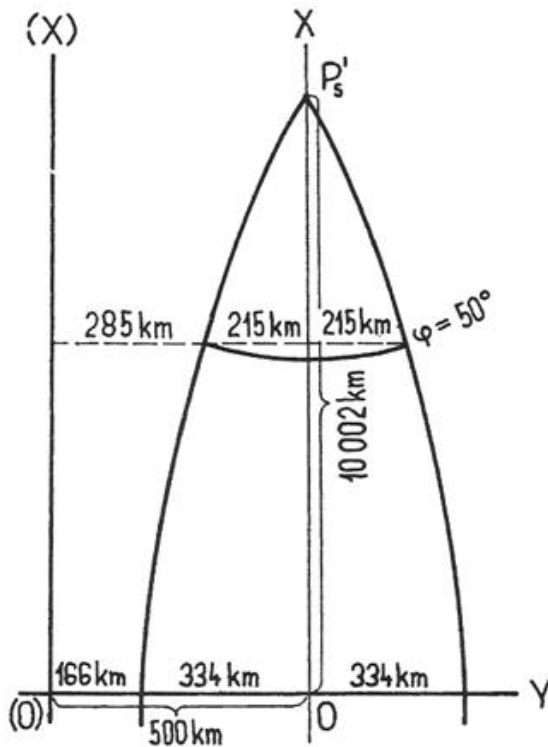
- Každý pás má zavedený samostatný pravouhlý (karteziánsky) systém, kde os  $X$  tvorí dotykový poludník a os  $Y$  príslušný úsek rovníka.
- V západnej polovici pásu by hodnoty súradnice  $Y$  nadobúdali záporné hodnoty a to by bolo nepraktické, najmä pre rôzne geodetické výpočty. **Z tohto dôvodu je počiatok súradnicového systému posunutý o 500 km západne v smere osi  $Y$ .**
- Pred hodnoty súradnice  $Y$  sa ešte z praktických dôvodov spravidla pridáva číslo poludníkového pásu tak, aby nedochádzalo k zámene a omylom pri výpočtoch.



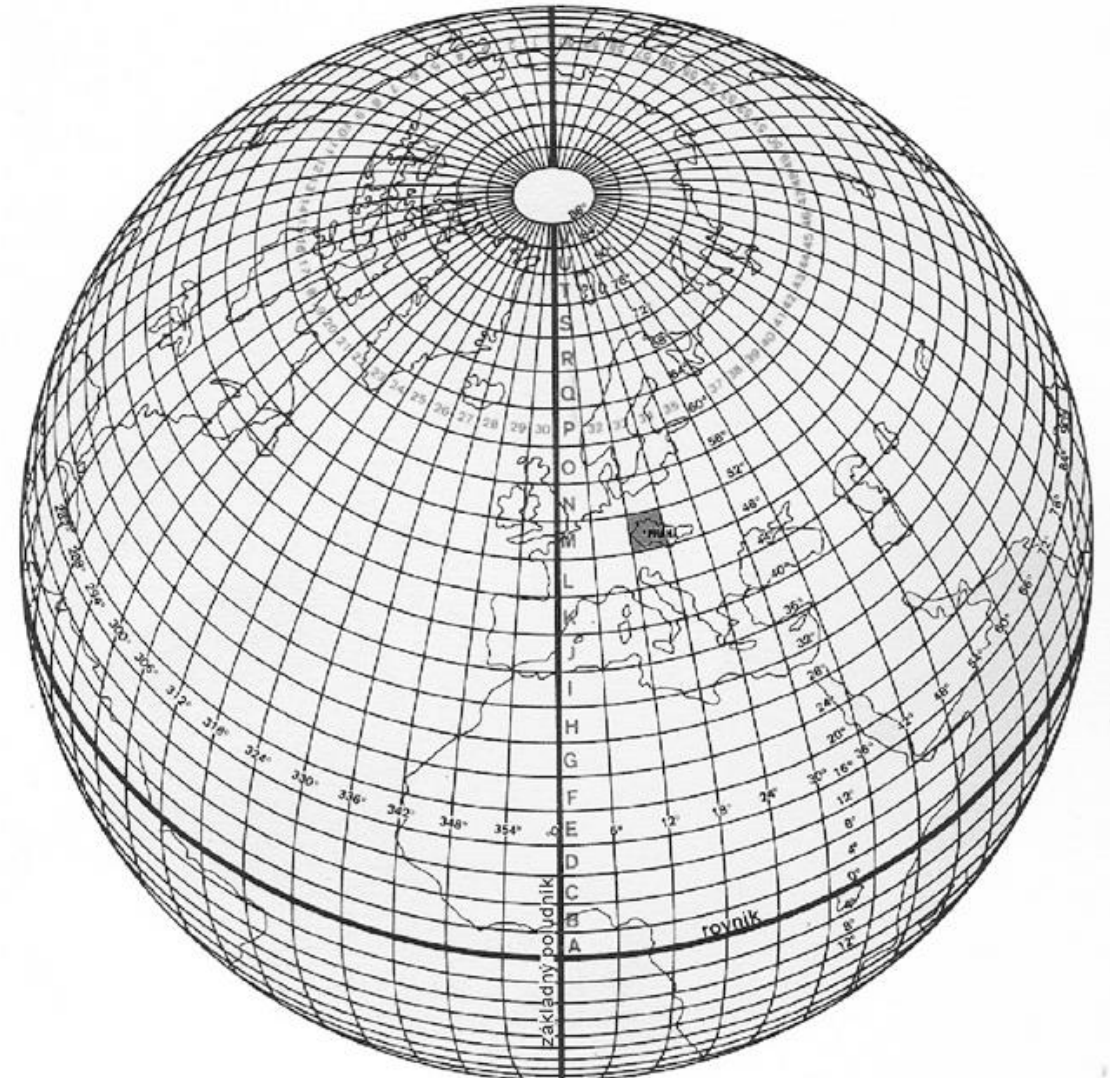


## ➤ Gauss-Krügerovo zobrazenie

- Poludníkové pásy sú číslované od  $180^\circ$  záp. zemepisnej dĺžky smerom na východ.



Parametre šesťstupňového poludníkového severného polpásu



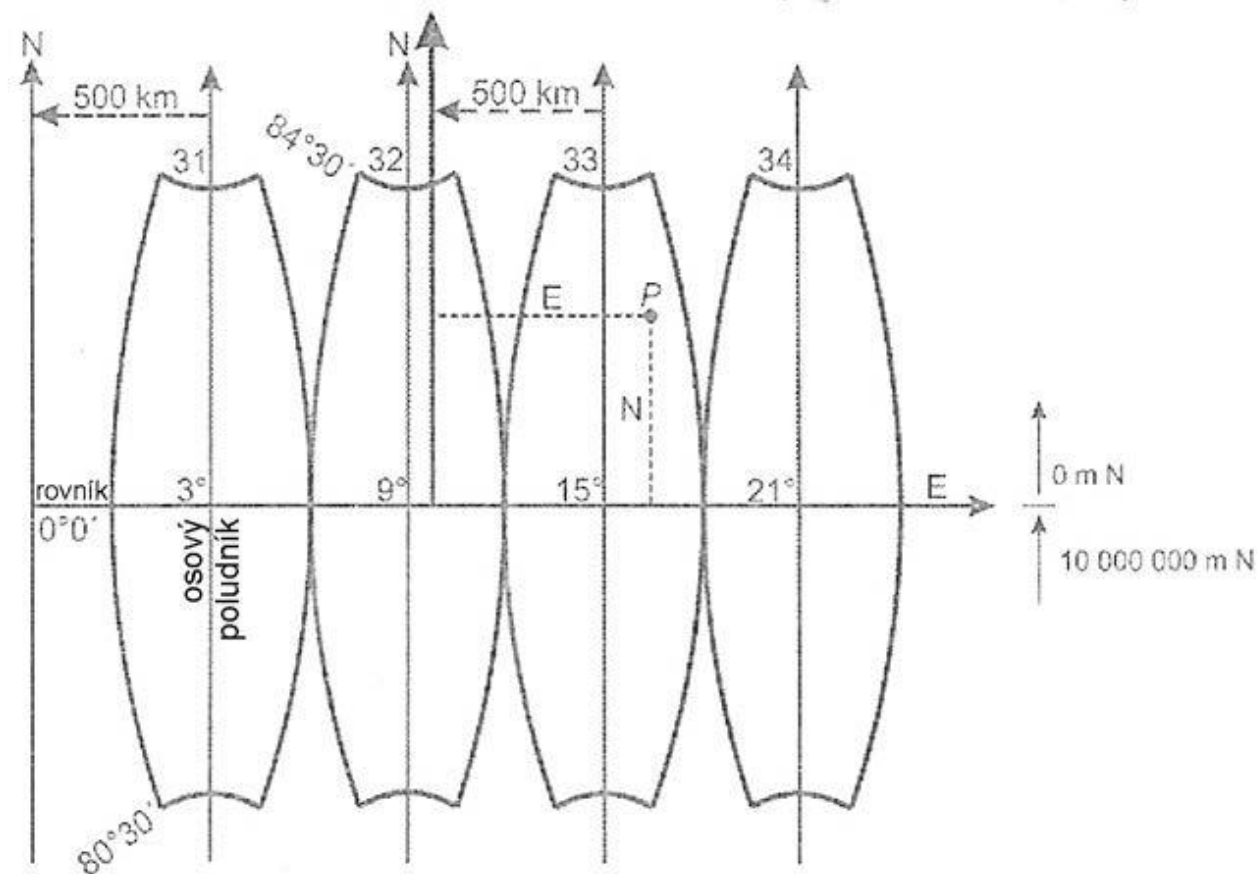
Klad listov medzinárodnej mapy sveta 1:1 000 000

## Zobrazenie UTM (*Universal Transverse Mercator Projection*)

- Je to zobrazenie matematicky totožné s **Gauss-Krügerovým**, v podstate sa jedná len o jeho modifikáciu. Používa sa najmä v USA a od r. 1950 aj v ostatných štátoch NATO.
- Na Slovensku sa používa už od r. 2000 v súvislosti s prípravou nášho vstupu do štruktúr NATO a od r. 2008 sa používa pre naše **nové vojenské štátne mapové dielo**.
- **Zobrazenie UTM** sa z dôvodu minimalizácie dĺžkového skreslenia v pólových oblastiach používa od **80° 30' južnej zemepisnej šírky do 84° 30' severnej zemepisnej šírky**. V našich podmienkach sa používa so **šírkou poludníkového pásu 6°** a ako referenčnú plochu používa **elipsoid WGS-84**.

## Zobrazenie UTM (*Universal Transverse Mercator Projection*)

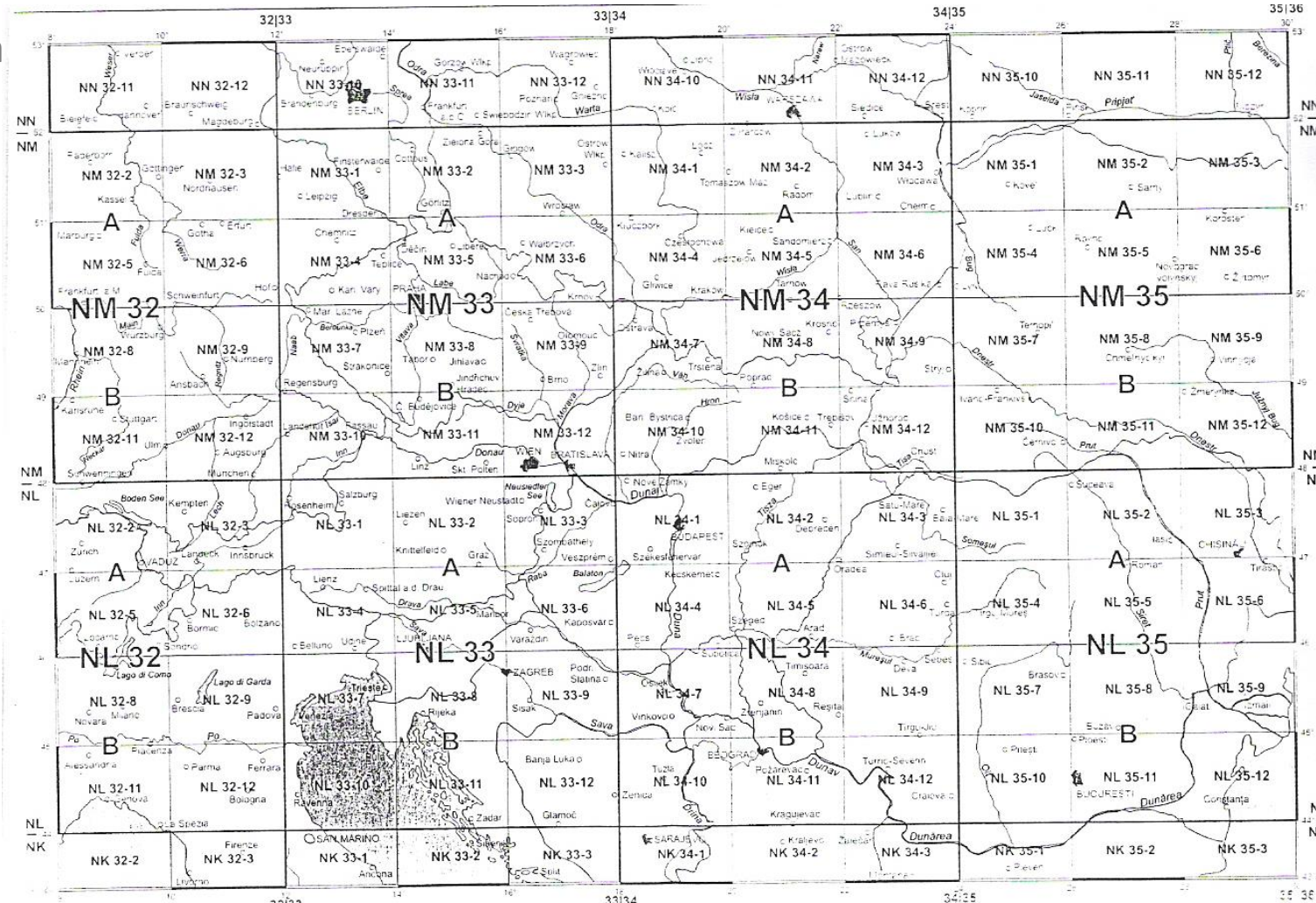
- Po rozvinutí pásu do roviny sa aj tu počiatok súradnicového systému posúva v smere osi **E** (**Easting - východ**), namiesto osi **Y** o 500 km na západ.
- Os **N** (**Northing - sever**) namiesto osi **X** o 10 000 km južne. Tým je zabezpečené, že v celom páse je možné počítať so súradnicami v kladných hodnotách.





# Zobrazenie UTM (*Universal Transverse Mercator Projection*)

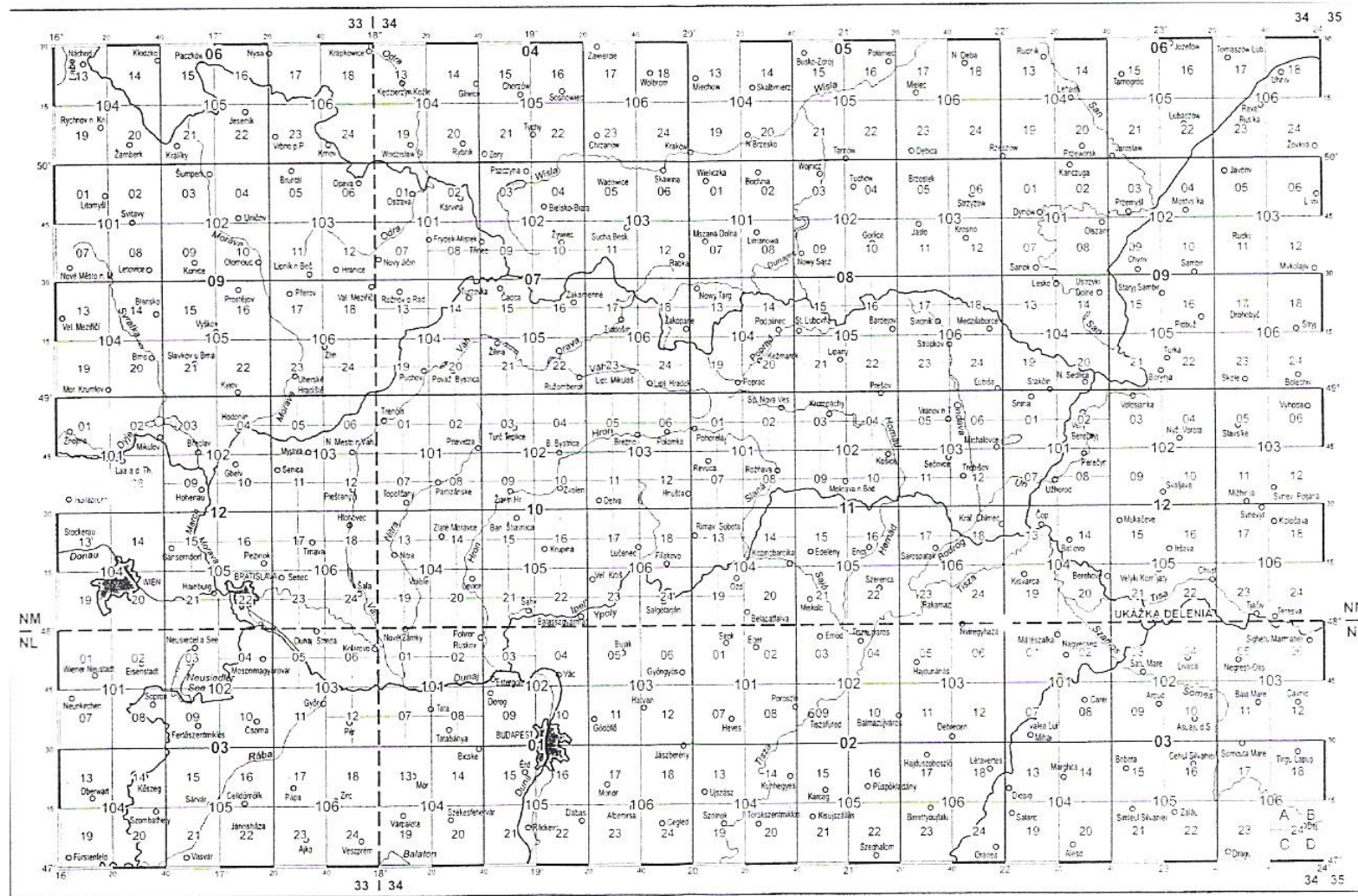
- Klad mapových listov nového mapového diela v tomto zobrazení vychádza takisto z medzinárodnej mapy sveta **1:1 000 000**, pri ktorej sa vrstvy označujú na severnej pologuli **NA až NV** (N-North) a južnej **SA až SV** (S-South), napr. **NM-34**.
- **Mapy 1:500 000** vzniknú jej pozdĺžnym rozdelením na **2 časti** a ich označením hornej polovice **-A** a dolnej **-B** so spojovníkom, ktorý sa používa aj pre označenie ďalších mierok, napr. **NM-34-B**.
- V mierkovom rade ďalej nasledujú **mapy 1:250 000**, ktoré vzniknú rozdelením mapy 1:1 000 000 na **12 dielov v 3 stĺpcoch a 4 vrstvách** a ich označením arabskými číslicami **1 až 12** zľava doprava, napr. **NM-34-10**.



Klad mapových listov mierok 1: 250 000, 1: 500 000 a 1: 1 000 000

## Zobrazenie UTM (Universal Transverse Mercator Projection)

- Mapy 1:100 000 vznikajú rozdelením mapy 1: 250 000 na 6 dielov, 3 stĺpcoch a 2 vrstvách a ich označením 101 až 106, čím je zvýraznená informácia o mierke mapy, napr. NM-4-10-103.
- Mapy 1:50 000 opäť rozdelením mapy 1: 250 000 na 24 dielov, v 6 stĺpcoch a 4 vrstvách a ich arabskými číslicami 1 až 24, zľava doprava, napr. NM-34-10-23.
- Mapy 1:25 000 vznikajú rozdelením máp 1: 50 000 na 4 diely a ich označením veľkými písmenami A, B, C, D, napr. NM-34-10-23-C.



Klad mapových listov mierok 1: 25 000, 1: 50 000 a 1: 100 000



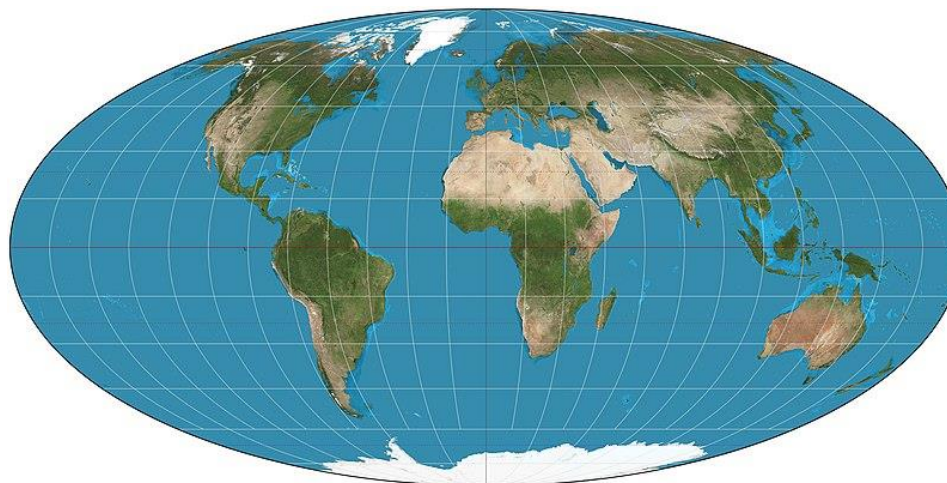
## Nepravé zobrazenia

- Používajú sa na znázornenie celého sveta alebo veľkej časti. Preto sú časté v atlasoch sveta.
- Poludníky a rovnobežky vo všeobecnosti nie sú na seba kolmé (poludníky sú všeobecné krivky)
- Žiadne nie je konformné, ale často sú ekvivalentné a ekvidištančné.
- nepravé z.: pseudokónické, pseudocylindrické, pseudoazimutálne...

Bonneovo zobr.



Mollweidovo z.







# Ďakujem za pozornosť!

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach  
Ústav geografie  
Jesenná 5, Košice, Slovakia  
<http://www.uge.science.upjs.sk>  
jaroslav.hofierka@upjs.sk