



Kartografia a geoinformatika 1

Prednáška 3 - Princípy zobrazovania Zeme do mapy

prof. Mgr. Jaroslav Hofierka, PhD.

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach

Ústav geografie

Jesenná 5, Košice, Slovakia

<http://www.uge.science.upjs.sk>

jaroslav.hofierka@upjs.sk

➤ **Matematické (konštrukčné) základy máp** zaručujú ich geometrickú spoľahlivosť a umožňujú vykonávať na mapách meranie na mapách, t.j. kartometrické práce.

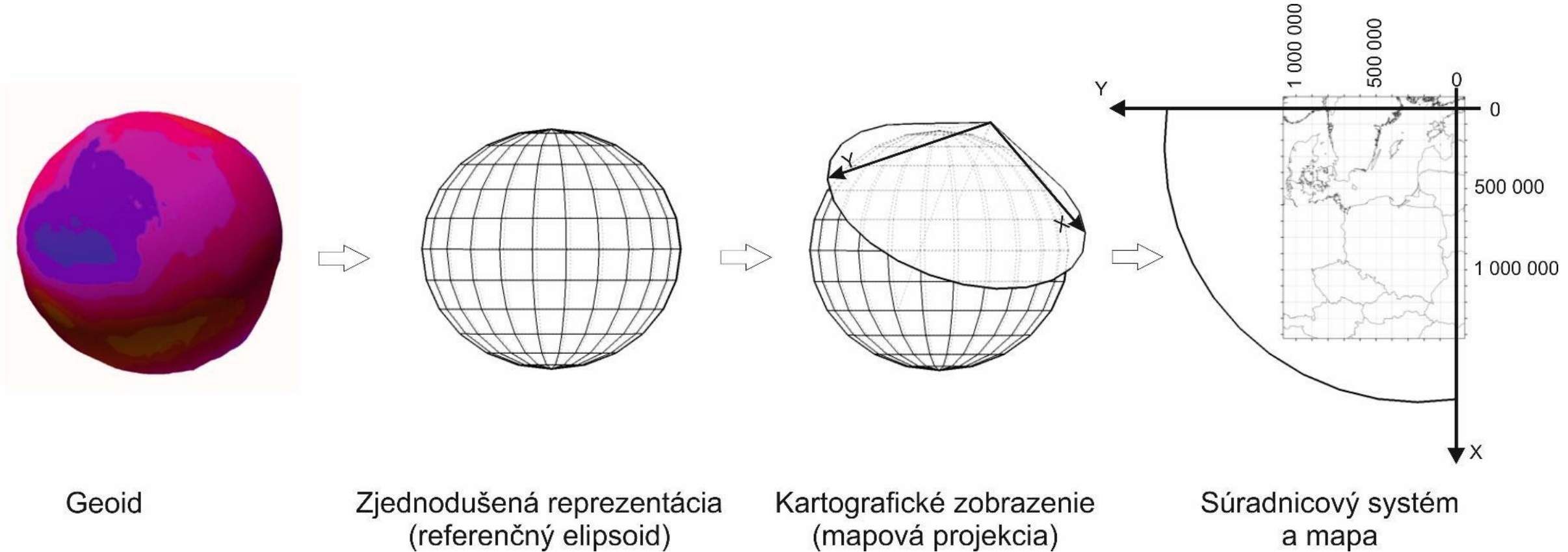
Matematické základy máp tvoria najmä:

1.referenčné plochy

2.súradnicové systémy

3.kartografické zobrazenia

Princíp zobrazovania zemskeho povrchu do roviny mapy

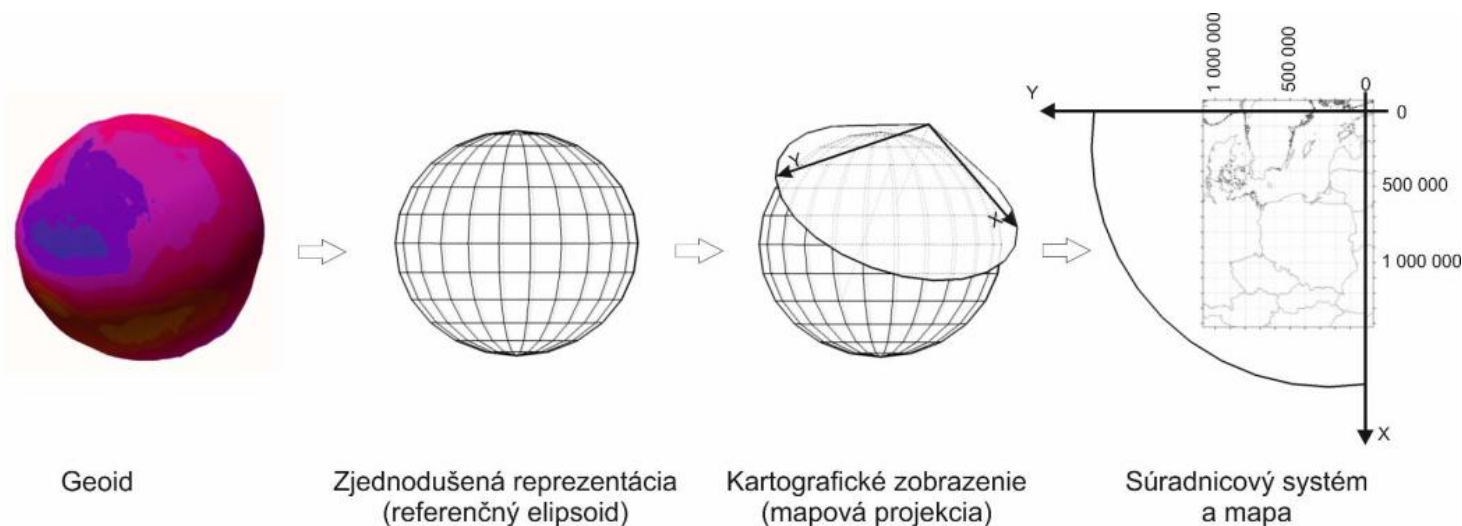


1. Referenčná plocha: (z lat. *refere = vzťahovať sa*) je taká plocha, ktorá sa svojim tvarom a veľkosťou približuje skutočnému tvaru Zeme a pri konštrukcii mapy nahrádza zemské teleso alebo jeho časť. Všetky merania a výpočty uskutočňované na zemskom povrchu sa vzťahujú k tejto ploche.

- Pre kartografiu je však podstatné, že **geoid** je fyzikálne teleso, **matematicky nedefinovateľné**, a preto ho musíme nahradzovať inými **referenčnými geometrickými plochami (matematicky definovateľnými)**, v závislosti na veľkosti zobrazovaného územia.

Referenčné plochy:

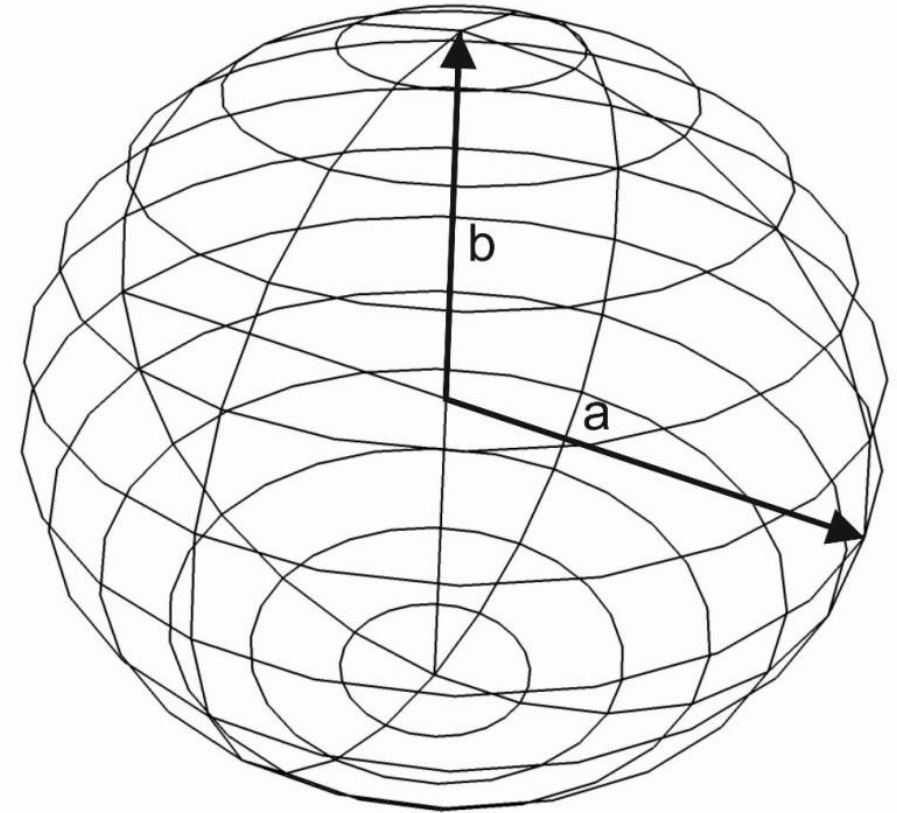
- referenčný elipsoid
- referenčná guľa
- referenčná rovina



- Všetky plochy využiteľné na zobrazovanie povrchu Zeme sa nazývajú **referenčnými (topografickými) plochami** (rovina, guľa, elipsoid).

➤ Referenčný elipsoid

- dvojosí (prípadne trojosí)* geocentrický elipsoid globálne najlepšie aproximujúci tvar geoidu (slovník ÚGKaK SR)
- k tvaru geoidu sa najviac približuje matematicky definované teleso - **referenčný elipsoid**
- vzniká otáčaním elipsy okolo malej, vedľajšej osi **b**, pričom hlavná os **a** leží v rovine rovníka
- **i** - sploštenie, $i = (a - b)/a$
- **e** - excentricita, platí: $e^2 = a^2 - b^2/a^2$

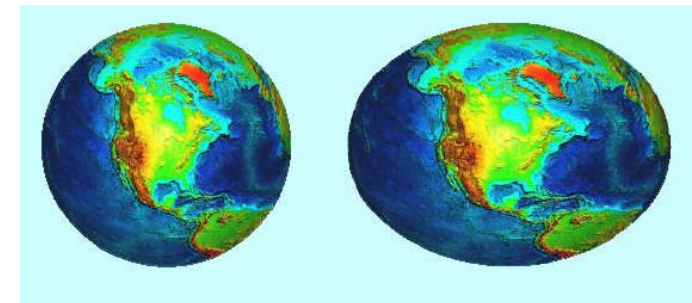


Trojosí elipsoid - rezy v rovine rovníka a poludníkov sú elipsy

Dvojosí elipsoid - rez v rovine rovníka je kruh a v rovinách poludníkov je elipsa

- v našej geodetickej, geografickej a kartografickej praxi sa používajú 2-3 elipsoidy
- SK platný geodetický **Súradnicový systém S-JTSK - Besselov elipsoid** z r. 1841
- vojenský súradnicový systém **S-42 - Krasovského elipsoid** z r. 1940
- satelitný navigačný systém GPS/GNSS - **WGS 84**
- iné: **Hayfordov elipsoid** (1910); **IAG** (*International Association of Geodesy*) **1967**

<i>Elipsoid</i>	<i>rok</i>	<i>a [m]</i>	<i>b[m]</i>	<i>i</i>
Besselov	1841	6 377 397	6 356 079	1:299
Krasovského	1940	6 378 388	6 356 920	1:298
WGS 84	1984	6 378 137	6 356 752	1:298
Hayfordov	1909	6 378 388	6 356 912	1:297
IAG 1967	1967	6 378 160	6 356 774	1:298



➤ Besselov elipsoid

- **Besselov elipsoid** (tiež **Besel 1841**) je referenčný elipsoid Zeme vytvorený v r. 1841 **Friedrichom Wilhelmom Besselom**. Je založený na 10-tich meridiálnych oblúkoch a 83-och presných meraní astrogeografickej zemepisnej šírky a dĺžky. Rozmery osí elipsoidu boli definované pomocou logaritmov v súlade s vtedajšími výpočetnými metódami.
- Na Slovensku (pre bývalé celé Česko-Slovensko) z **Besselovho elipsoidu** vychádza **System jednotnej trigonometrickej siete katastrálnej (S-JTSK)**. Besselov elipsoid je využívaný taktiež napr. v Rakúsku, Nemecku, Švajčiarsku, ale taktiež aj v Indonézii, Namíbii alebo Eritrei.



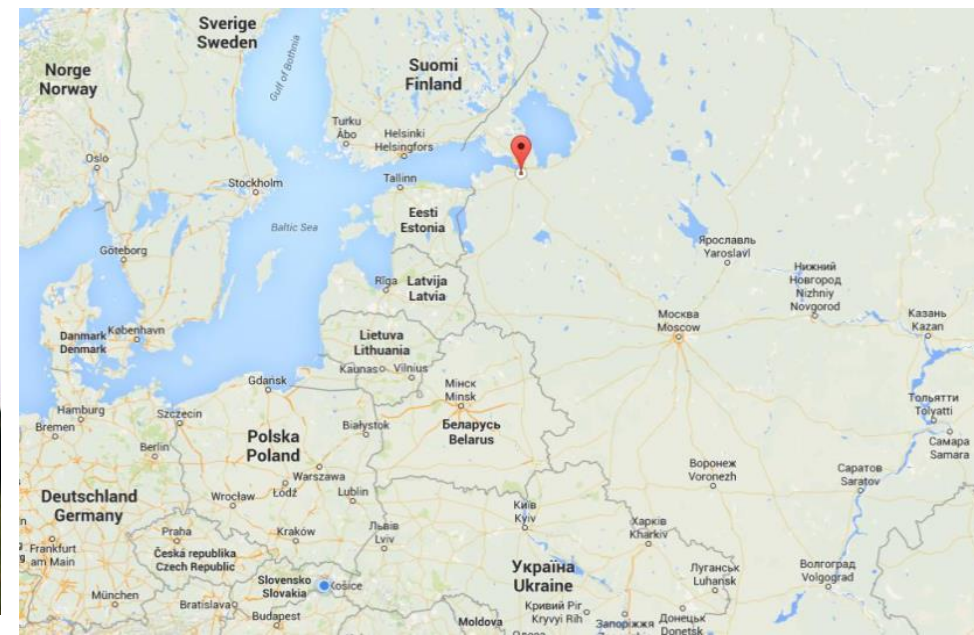
Friedrich Wilhelm Bessel (1784-1846) bol nemecký astronóm, matematik, geodet a riaditeľ observatória v Královci (Prusko). V r. 1838 ako prvý zmeral paralaxu hviezdy 61 Cygni a i vypočítal jej vzdialenosť od Zemi. Je po ňom pomenovaný mesačný kráter Bessel.

➤ Krasovského elipsoid

▪ referenčný bod elipsoidu

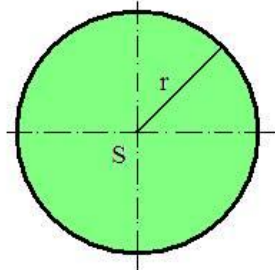
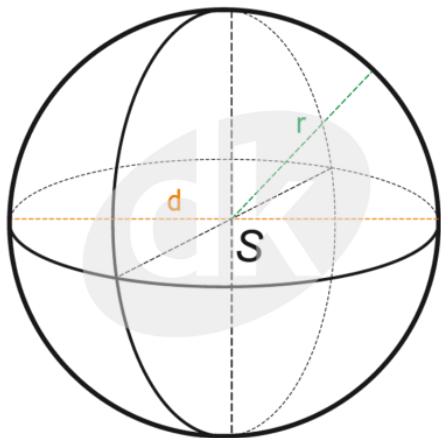
- miesto na zemskom povrchu, ktorým je vedená ťažnica na geoid a ktorá je zároveň totožná s normálou referenčného telesa pri definovaných parametroch elipsoidu (rozmery polosí a orientácia)
- pre územie Ruska je použitý Krasovského elipsoid s referenčným bodom elipsoidu prechádzajúcim hviezdárňou v Pulkove

Feodosij Nikolaevič Krasovskij

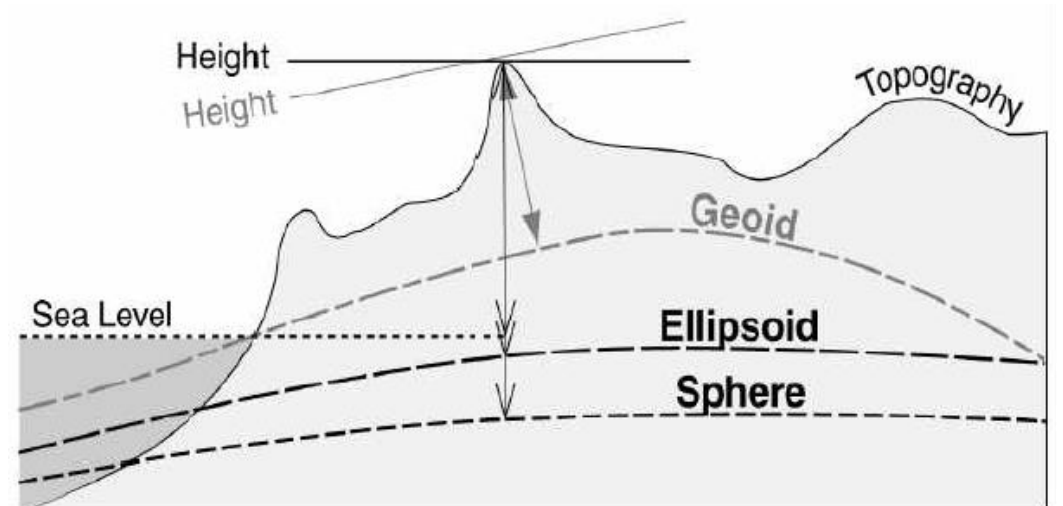


➤ Referenčná guľa

- Nakoľko má zemský elipsoid malé sploštenie, v určitých prípadoch sa môže nahradiť *referenčnou guľou*.
- Pri náhrade referenčných elipsoidov referenčnou guľou dochádza k podstatnému zjednodušeniu výpočtov, preto sa využívajú pre niektoré typy úloh, ako aj časti územia.



S - stred gule
r - polomer gule



➤ Referenčná guľa

▪ Referenčnú guľu ako referenčnú plochu používame hlavne v niekoľkých prípadoch:

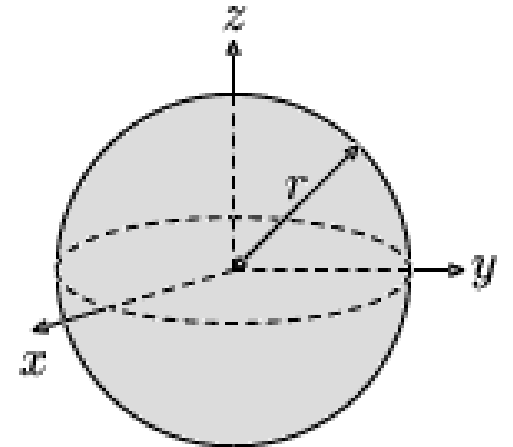
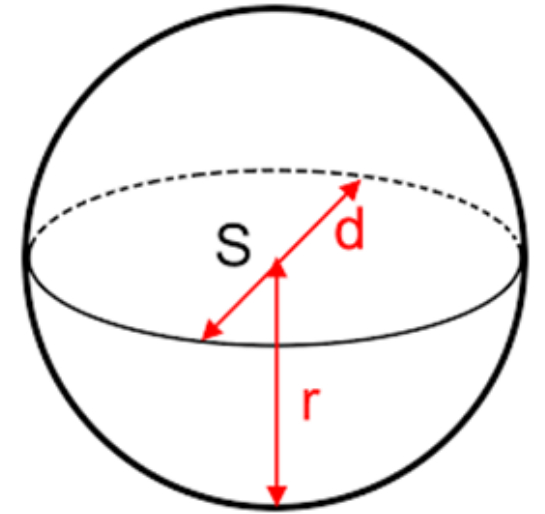
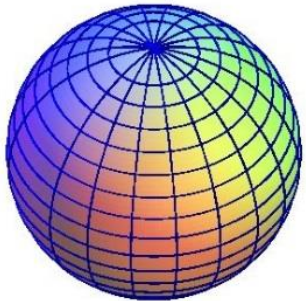
- 1) Ak ide o územie, ktorého tvar má polomer približne 200 km a spravidla ide o územia, kde sa neprejavuje dĺžkové a plošné skreslenie. Elipsoid sa nahradí guľou a tá sa zobrazí do roviny.
- 2) V prípade kartografických úloh, ktoré nekladú vysoké nároky na presnosť (napríklad mapy malých mierok 1 : 1 000 000). V prípade takýchto úloh je možné referenčnú guľu určiť na základe viacerých kritérií, napr. **objem gule je rovnaký ako objem elipsoidu, povrch gule je rovnaký ako povrch elipsoidu, polomer gule je aritmetickým priemerom veľkosti polosí atď.**

- V slovenskej kartografickej praxi sa používa polomer referenčnej gule odvodený z parametrov *Krasovského elipsoidu*:

$$R = 6371,11 \text{ km}$$

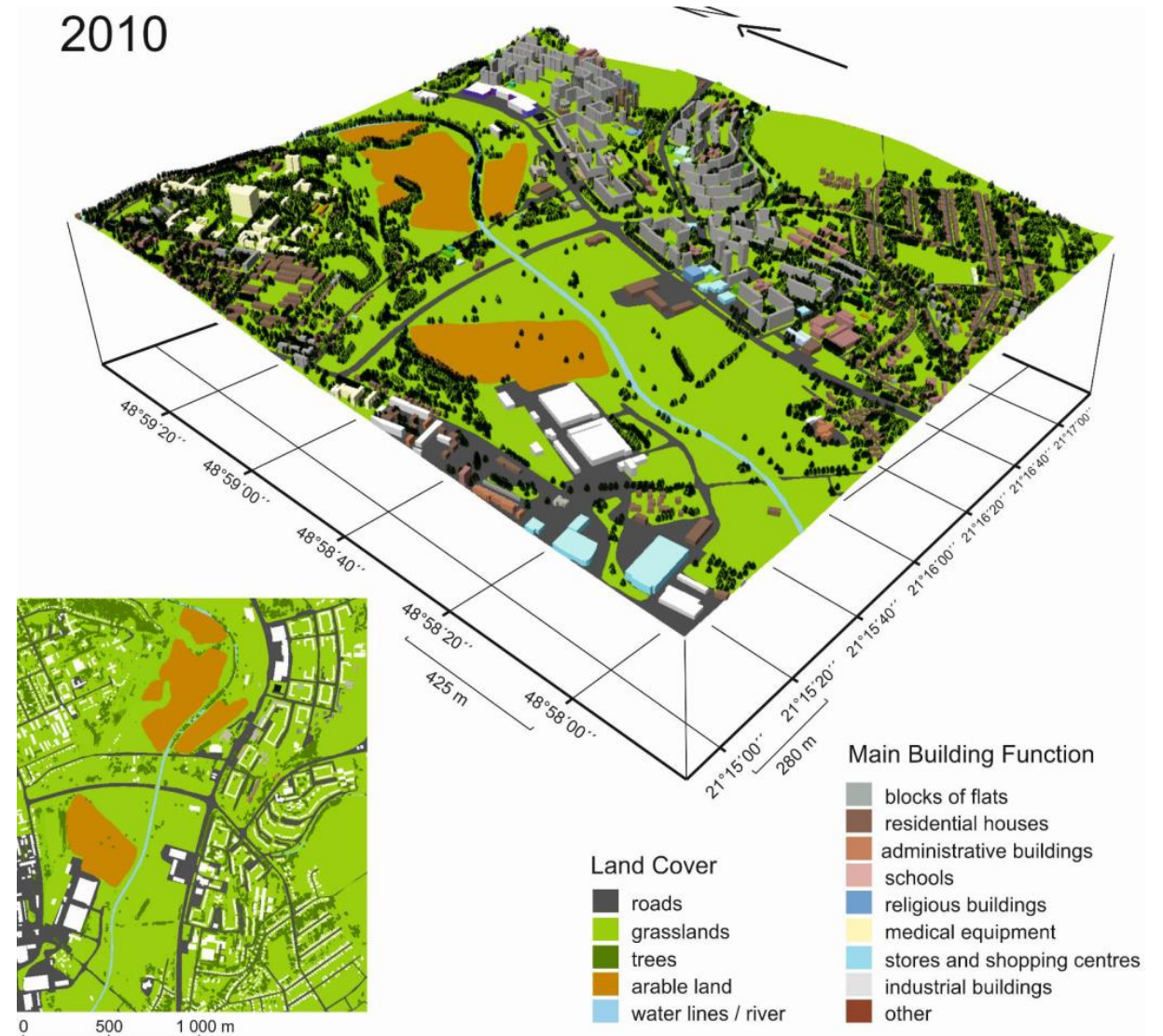
➤ **Odvozené polomery referenčných gulí pre dané elipsoidy**

<i>podmienka</i>	<i>Besselov el.</i>	<i>Krasovského el.</i>
rovnaký objem	6 370 283 m	6 371 110 m
rovnaký povrch	6 370 290	6 371 116
arit. priem. polos	6 370 291	6 371 118
rovnaký kvadrant	6 366 743	6 367 558



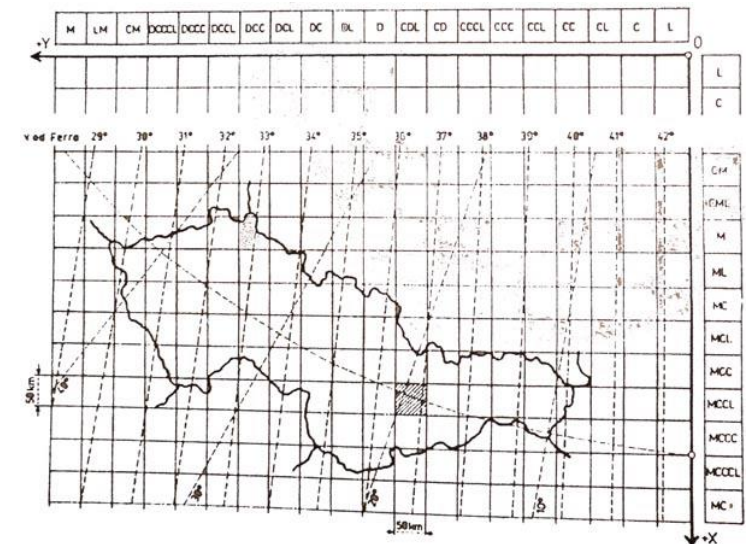
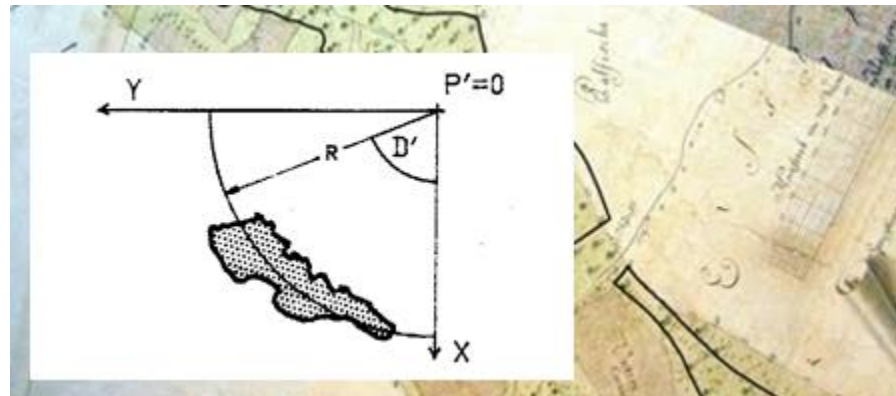
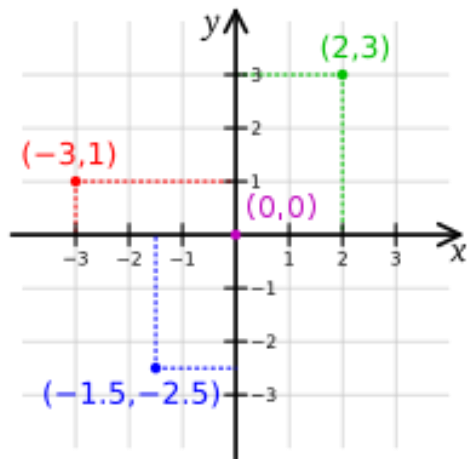
➤ Referenčná rovina

- Referenčná rovina sa používa na zobrazenie územia s malým plošným rozsahom - max. **do 700 km²**.
- Pri takejto veľkosti územia nie je potrebné uvažovať o dĺžkovom a plošnom skreslení, pretože na ňom sa ešte neprejavuje zakrivenie zemského povrchu.



2. Súradnicové systémy (na referenčných plochách)

- Základnou úlohou matematickej kartografie a súvisiacich odborov je jednoznačné a presné určenie polohy jednotlivých bodov na referenčných plochách a ich kartografického obrazu v rovine zobrazenia.
- Pre tento účel sú v kartografii využívané **súradnicové systémy**, ktoré pomocou geometrických prostriedkov, spravidla **dvojíc súradníc**, jednoznačne udávajú **polohu daného bodu**.



2. Súradnicové systémy

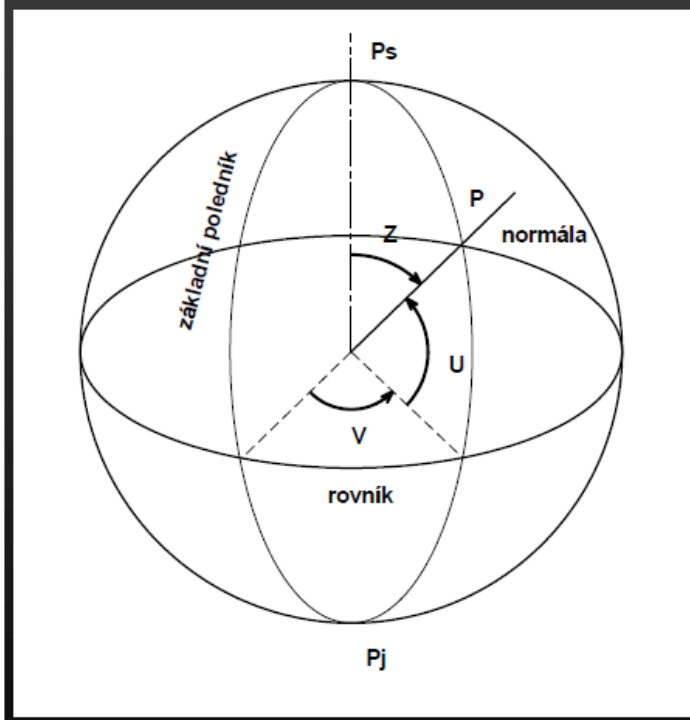
(na referenčných plochách)

- Pre zjednodušenie budeme uvažovať len o súradnicových systémoch na **referenčnej guli** a **rovine**, s ktorými pre účel štúdia geografie úplne vystačíme.

REFERENČNÁ GUL'A

- zemepisné súradnice

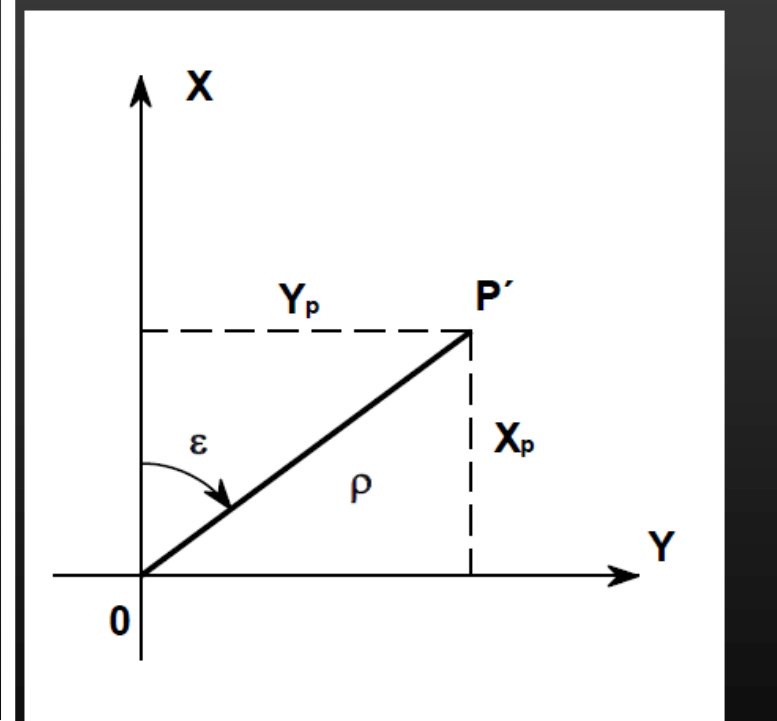
– šírka U, dĺžka V



REFERENČNÁ ROVINA

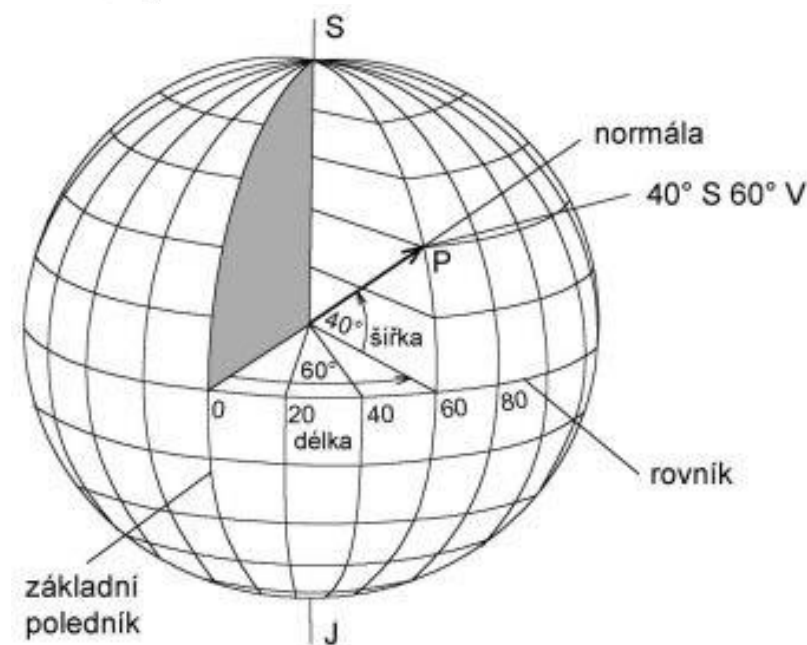
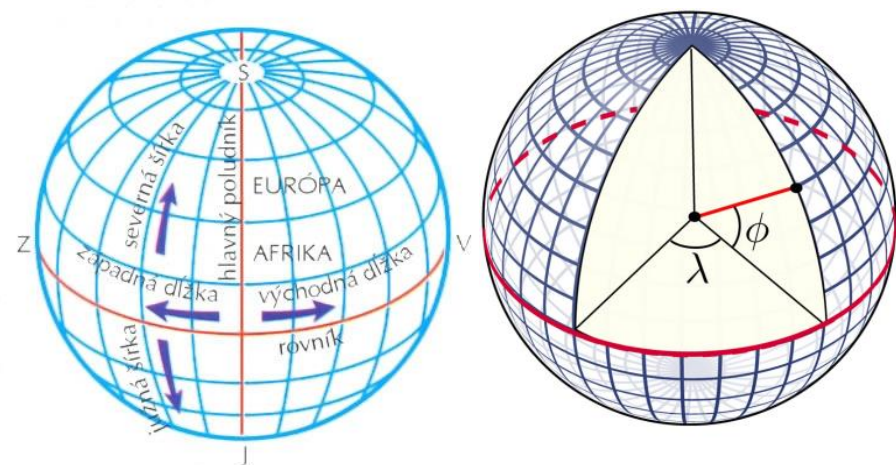
- pravouhlé, polárne

$$x = \rho \cos \varepsilon \quad y = \rho \sin \varepsilon$$



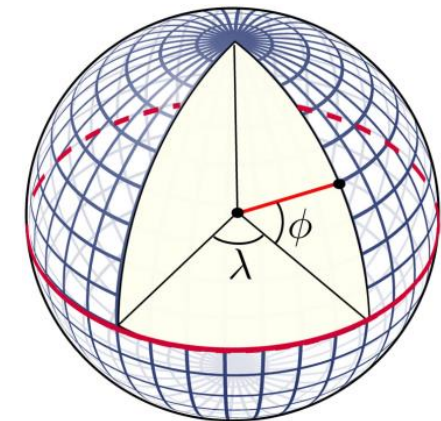
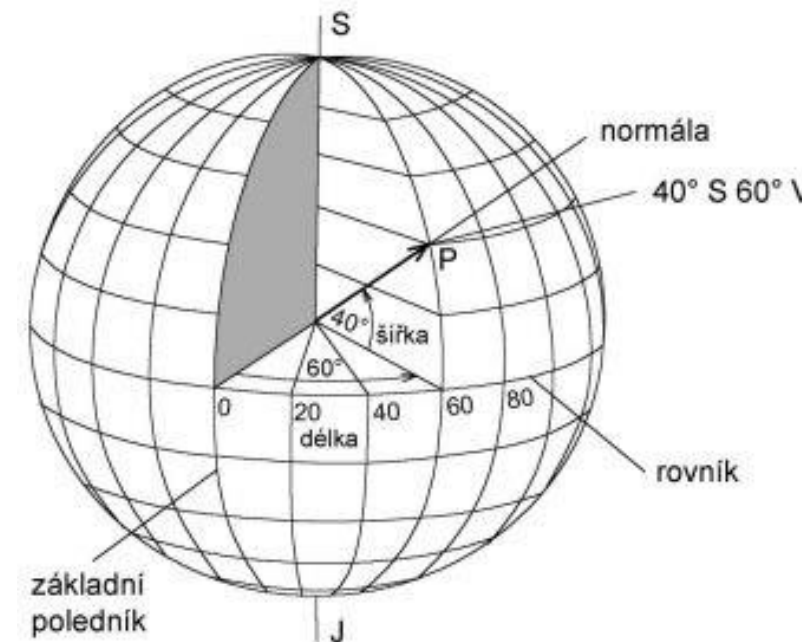
➤ Súradnicové systémy na referenčnej guli

- Na referenčnej guli sa najčastejšie využívajú **zemepisné (geografické) súradnice**, ktorými sú **zemepisná (geografická) šírka** a **zemepisná (geografická) dĺžka**.
- **Zemepisná (geografická) šírka - φ** je uhol, ktorý vytvára normála (kolmica k dotykovej rovine v danom bode alebo tiež spojnica bodu na povrchu gule a stredu gule) ku guľovej referenčnej ploche s rovinou rovníka referenčnej gule.
- Jej hodnota sa meria od rovníka smerom k pólom a dosahuje hodnoty od 0° do 90° pre severnú pologuľu (**severná zemepisná šírka - s.z.š.**) a pre južnú pologuľu (**južná zemepisná šírka - j.z.š.**).



➤ Súradnicové systémy na referenčnej guli

- **Zemepisná dĺžka - λ** je uhol, ktorý vytvára rovina základného (nultého) poludníka s rovinou miestneho poludníka prechádzajúceho určeným bodom (t.j. daného miesta). V súčasnosti je za základný poludník u nás považovaný miestny poludník hviezdárne **Old Royal Observatory v Greenwichi (Londýn)**, preto sa nazýva **greenwichský poludník**.
- Hodnota λ je v rozmedzí od 0° do 180° v smere na východ (**východná zemepisná dĺžka - v.z.d.**) a 0° do 180° v smere na západ (**západná zemepisná dĺžka - z.z.d.**), t.j. po obvode rovníka je to spolu 360° .
- V pravidelných intervaloch vybrané rovnobežky a poludníky tvoria **zemepisnú (geografickú) sieť**.



➤ **Nultý poludník – prelom v kartografii, geodézii, geografii, lokalizácii, navigácii, ...**

- **r. 1884 celosvetovo dohodnutý jednotný nultý poludník (meridián) - Greenwichský poludník**
- **Royal Observatory v Greenwichi (Kráľovské observatórium, Greenwich)** - anglické národné observatórium, umiestené v londýnskom Greenwichi (*zemepisná dĺžka λ : $0^{\circ}0,0'$; zemepisná šírka φ : $+51^{\circ}28,6'$; nadmorská výška H : 47 m*)



today



1710



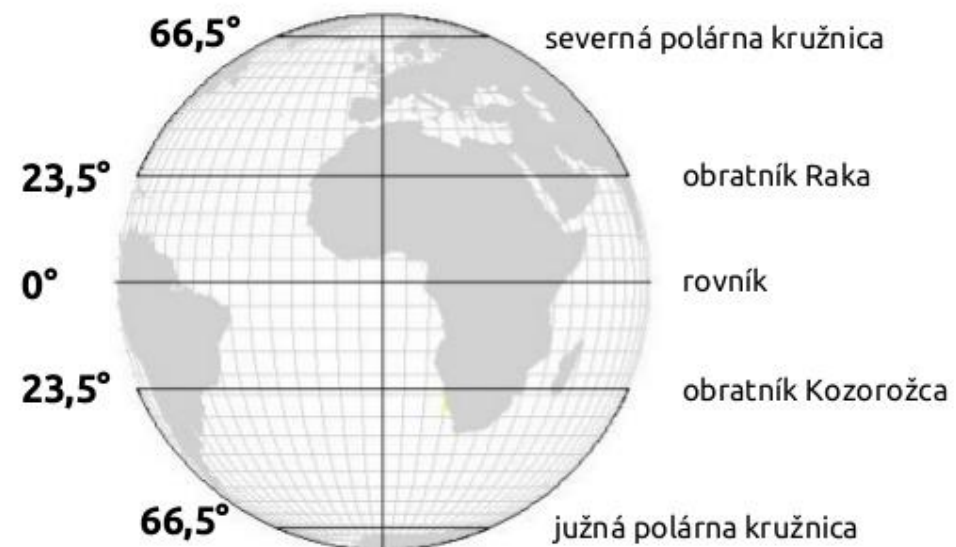
➤ Z histórie nultého poludníka

- Nultých poludníkov bolo v minulosti niekoľko.
- V r. 1634 až 1884 bol napr. svetovým nultým poludníkom „**Ferrský poludník**“, ktorý viedol cez západný mys ostrova *Ferro (El Hierro)* v skupine *Kanárskych ostrovov* v Atlantiku.
- V dávnych dobách boli *Kanárske ostrovy* považované za **západný koniec obývatel'ného sveta**. Grécky geograf Klaudios Ptolemaios začal ako prvý počítať zemepisné dĺžky od poludníka prechádzajúceho týmto ostrovom.
- Francúzsky kráľ Ľudovít XIII. v r. 1634 ostrov Ferro (El Hierro) nastavil ako nultý poludník.
- Až v r. 1884 na konferencii vo Washingtone sa Greenwichský poludník stal svetovo akceptovaným základom moderných máp a dohodou bol potvrdený v r. **1911**.
- Nesúhlasne sa k tejto dohode stavalo napr. aj Francúzsko, ktoré si osvojilo univerzálny čas (kt. sa odvíja od nultého meridiánu) až v r. 1978.





- **Severný polárny kruh (severná polárna kružnica)** je myslená kružnica, ktorá pretína všetky najjužnejšie miesta na severnej pologuli, z ktorých je možné vidieť po dobu 24 hodín Slnko za letného slnovratu: približne **66°30' severnej zemepisnej šírky (s.z.š.)** (66°33" s.z.š.).
- **Južný polárny kruh (južná polárna kružnica)** je myslená kružnica, ktorá pretína všetky najsevernejšie miesta na južnej pologuli, z ktorých je možné vidieť po dobu 24 hodín Slnko za letného slnovratu: približne **66°30' južnej zemepisnej šírky (j.z.š.)** (66°33" j.z.š.).
- **Obratník Raka** zodpovedá rovnobežke so zemepisnou šírkou približne **23° 30' s.z.š.** (23°26'22" s.z.š.).
- **Obratník Kozorožca** zodpovedá rovnobežke so zemepisnou šírkou približne **23°30' j.z.š.** (23°26'22" j.z.š.).



Okrem rovníku patria medzi hlavné rovnobežky aj tie, ktoré sú niekedy znázornené prerušovanou čiarou. Neďaleko zemských pólů sú to polárne kružnice (severná a južná) a blízko rovníku sú to obratníky (obratník Raka na severnej pologuli a obratník Kozorožca na južnej pologuli)

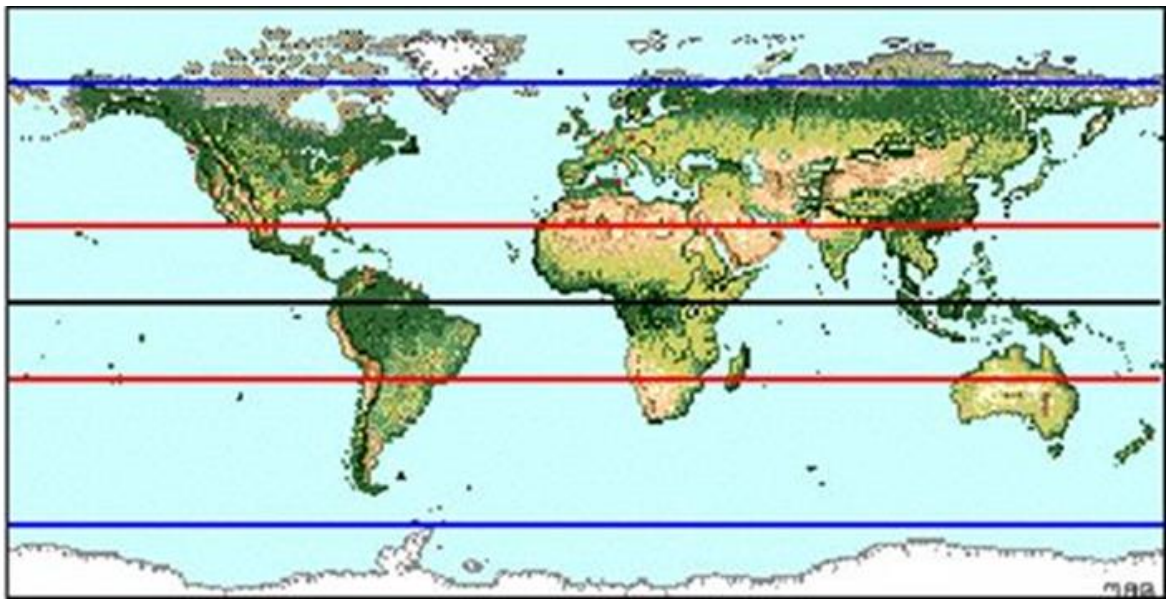
severní
polární
kruh

obratník
Raka

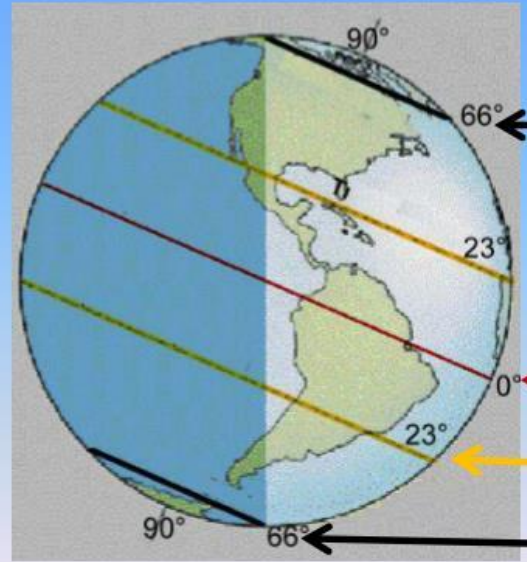
rovník

obratník
Kozorožca

jižní
polární
kruh



NAJDÔLEŽITEJŠIE ROVNOBEŽKY



severná polárna
kružnica

obratník Raka

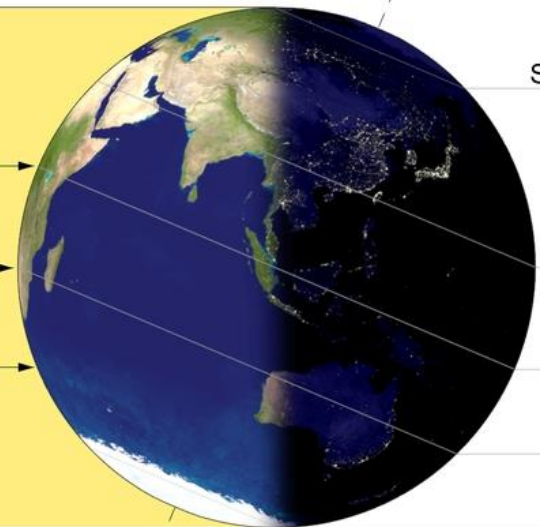
rovník

obratník
Kozorožca

južná polárna
kružnica

Zemská os

Slnéčné lúče



Severná polárna kružnica

Obratník Raka

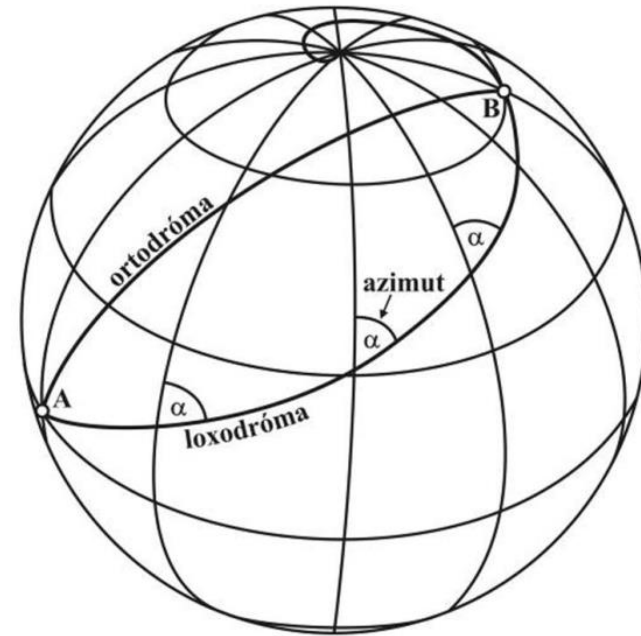
Rovník

Obratník Kozorožca

Južná polárna kružnica

Okrem čiar geografickej siete na referenčných plochách existujú aj tieto významné krivky:

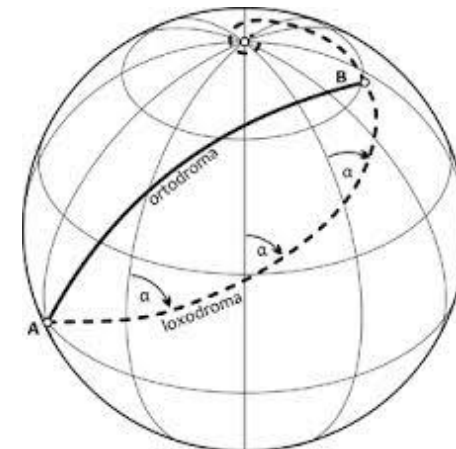
- **Ortodróma** (grécky *orthos* - priamy, *dromos* - cesta) je najkratšia spojnica dvoch bodov na referenčnej guli.
- Tvorí ju kratší oblúk hlavnej kružnice (jej stred splýva so stredom Zeme). V gnómickej projekcii* sa ortodróma zobrazuje ako priamka.
- **Loxodróma** je krivka na referenčnej ploche, ktorá pretína v celom svojom priebehu poludníky pod rovnakým uhlom (azimutom). Každá loxodróma s azimutom iným ako $0, 90, 180, 270^\circ$ vytvára na referenčnej ploche špirálu, ktorá sa neustále približuje k zemskému pólu a teoreticky je nekonečne dlhá.
- ortodroma = loxodroma ak azimut = 0° , najväčší rozdiel ak loxodroma je rovnobežkou.



Orto-
dróma

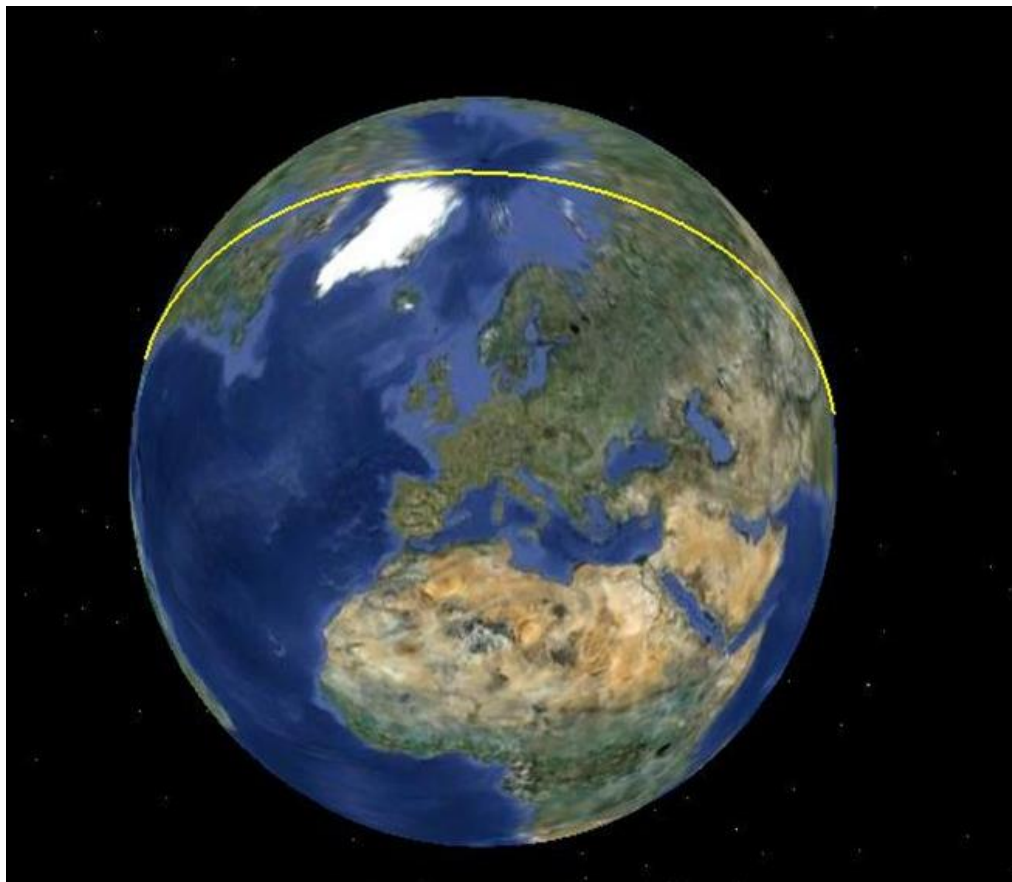
Loxo-
dróma

Azimut



*Gnómickej projekcia: stred premietania leží v strede referenčnej gule

New York – Hongkong ortodróma



New York–Hongkong loxodróma

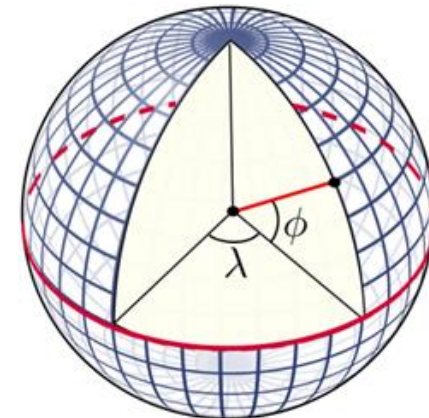
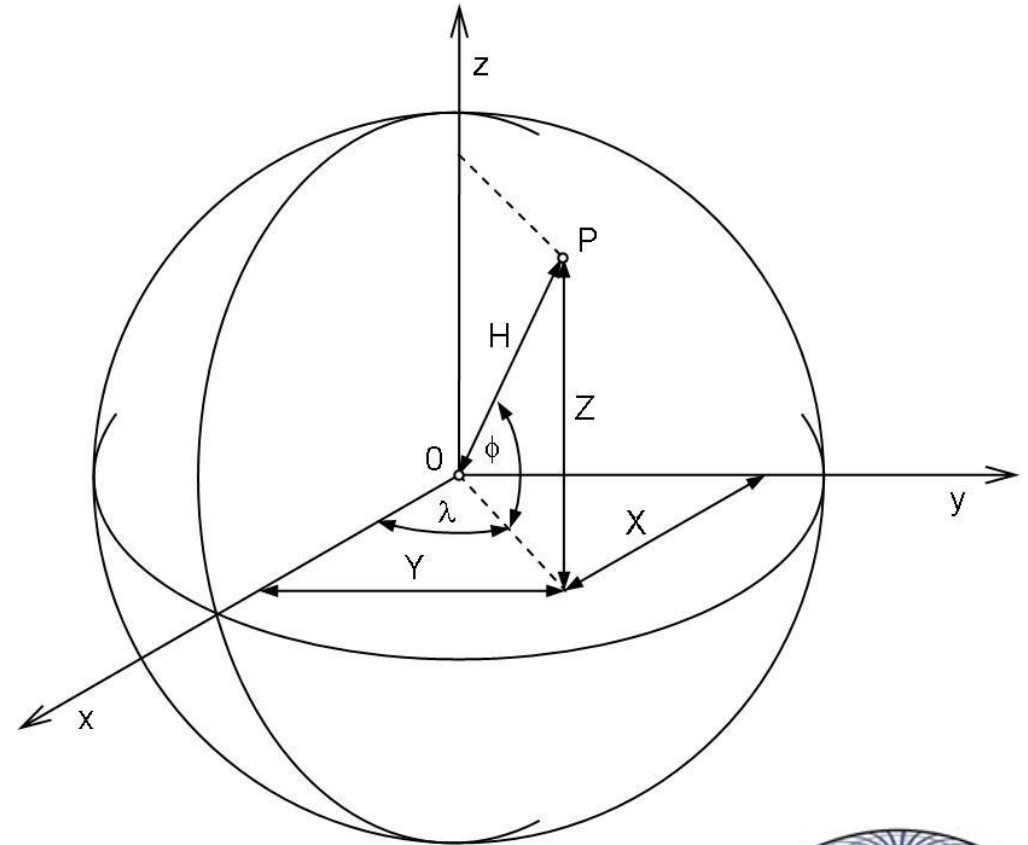


➤ **Priestorové pravouhlé (karteziánske) súradnice - referenčná guľa:**

- **počiatkom O** , ktorý leží v strede referenčnej gule
- **osou X** , ktorá je priesečnicou roviny rovníka so základným (nulým) poludníkom
- **osou Y** , ktorá leží v rovine rovníka, s **osou X** vytvára pravý uhol (90°) (pravotočivý súr. systém)
- **osou Z** totožnou so zemskou osou

➤ **Priestorové polárne („krivočiare“, zemepisné, geografické) súradnice - referenčná guľa:**

- zemepisná (geografická) šírka φ
- zemepisná (geografická) dĺžka λ



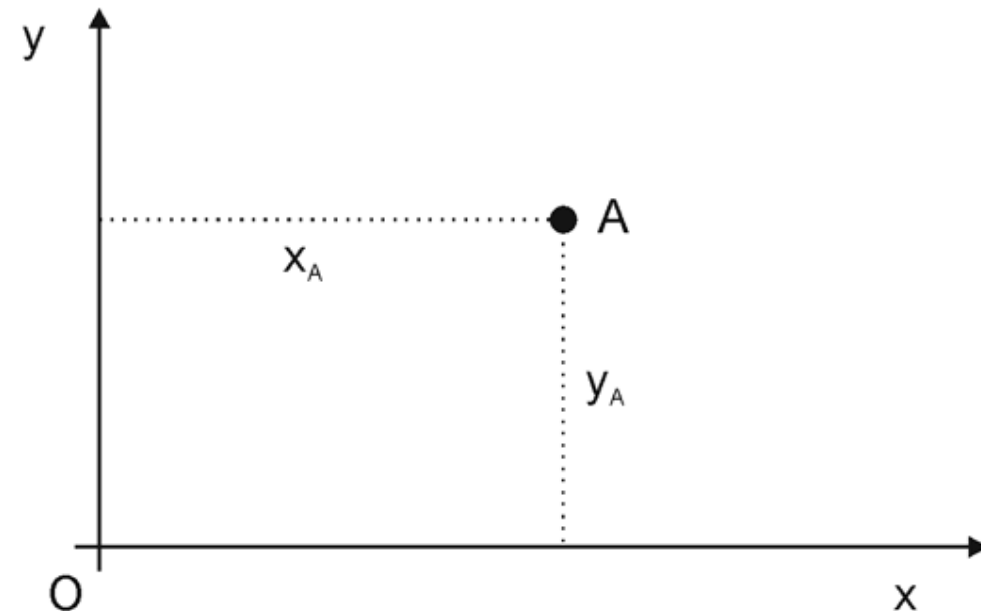
- Geografická šírka a dĺžka na guli sa na elipsoide nazývajú **geocentrická šírka a dĺžka**.
- Kartografické súradnice - sú analogické zemepisným súradniciam (kartografická šírka, kart. dĺžka, kart. pól). Rozdiel je v tom, že dotykový bod zobrazovacej plochy nemusí splývať s pólom, ale je položený do stredu zobrazovaného územia (os zobrazovacej plochy nie je totožná s osou referenčnej plochy).

➤ **Súradnicové systémy v rovine** sa určuje pomocou:

- **pravouhlých rovinných súradníc**
- **rovinných polárnych súradníc**

➤ **Pravouhlé rovinné súradnice sú definované:**

- **počiatkom O** , ktorý leží v priesečníku obrazu rovníka a základného poludníka
- **osou x** , ktorá leží v obraze rovníka
- **osou y** , ktorá leží v obraze základného poludníka
- Tieto súradnice sa využívajú najmä pri valcových zobrazeniach.

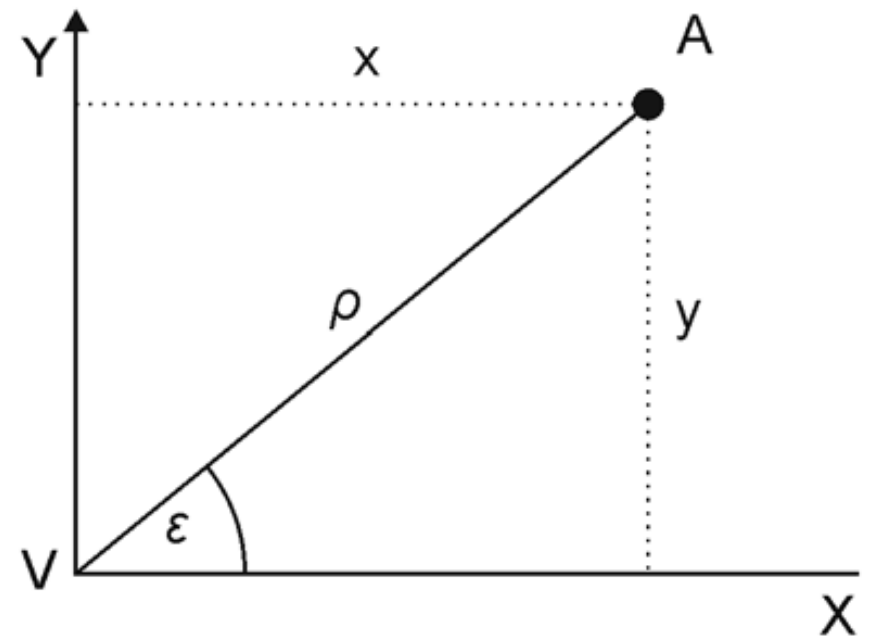


➤ **Rovinné polárne súradnice** sú špecifické pre matematickú kartografiu a sú definované:

- **počiatkom V** , ktorým je spravidla konštrukčný pól (bod dotyku zobrazovacej plochy)
- **osou y** , ktorá leží v obraze základného poludníka (os x je kolmá na os y – v smere pohybu hodinových ručičiek)

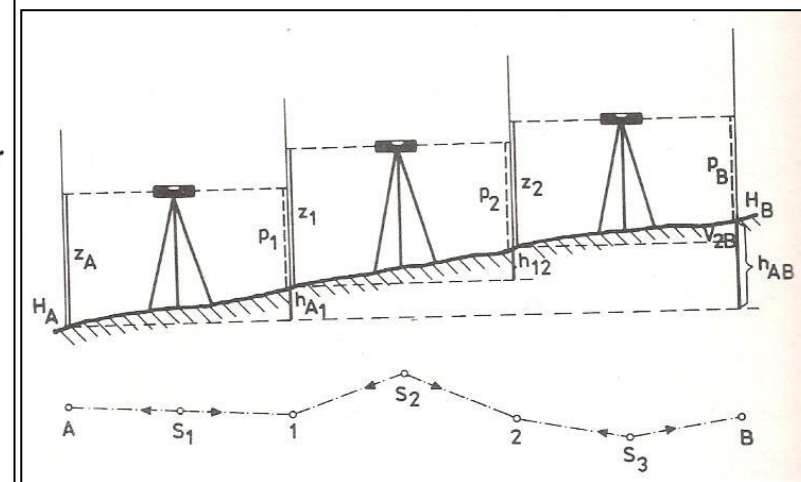
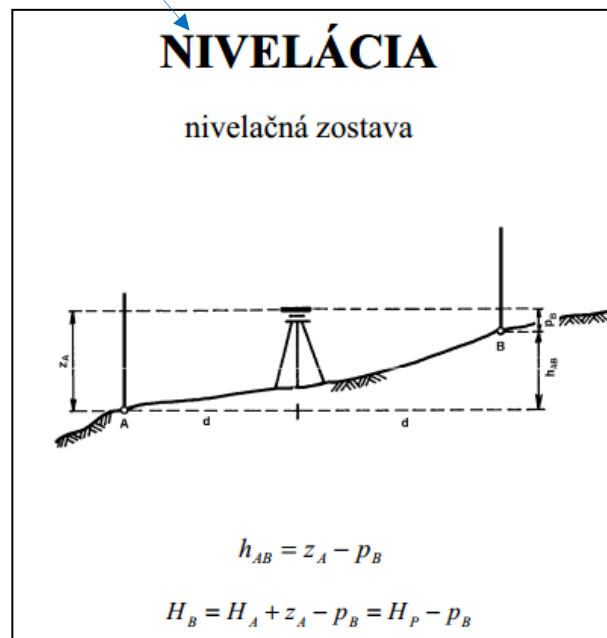
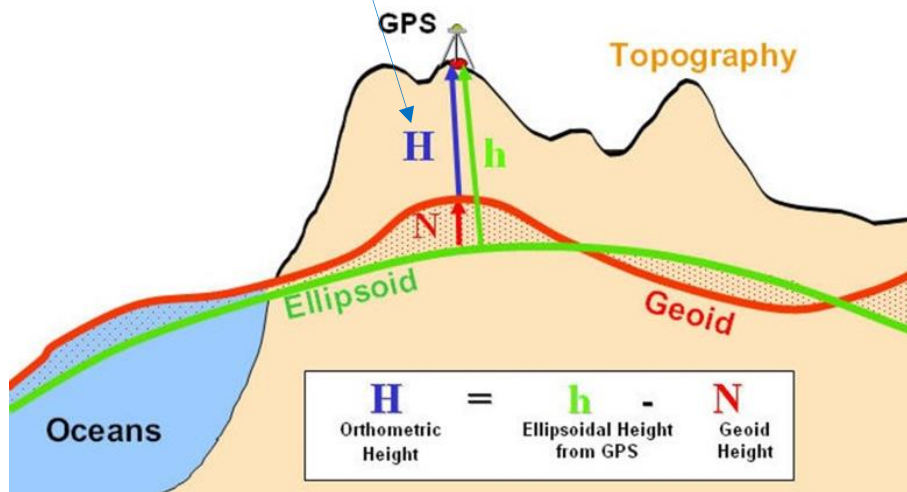
Potom polohu bodu (A) udávajú nasledovné polárne súradnice:

- **sprievodič** (vzdialenosť) bodu od počiatku V označovaný ρ
- **polárny uhol - ϵ** , ktorý vytvára os x a sprievodič ρ
- Polárne súradnice sa využívajú najmä pri azimutálnych a kužeľových zobrazeniach



➤ Určovanie vertikálnej polohy bodov

- Pre určenie presnej a úplnej polohy bodov na zemskom povrchu má veľký význam určenie ich nadmorskej (absolútnej) výšky prípadne **relatívnej výšky** voči iným bodom (**prevýšenie**, napr. z nivelácie, trigonometrického merania).
- Referenčnou plochou pre výškové merania a určenie nadmorskej výšky je geoid resp. kvazigeoid.
- Nadmorská výška** je potom vzdialenosť určovaného bodu na zemskom povrchu od geoidu resp. kvazigeoidu meraná v smere ťažnice, teda zjednodušene od strednej úrovne morskej hladiny, ktorej nadmorskú výšku pokladáme za nulovú.





Ďakujem za pozornosť!

Univerzita Pavla Jozefa Šafárika v Košiciach
Ústav geografie
Jesenná 5, Košice, Slovakia
<http://www.uge.science.upjs.sk>
jaroslav.hofierka@upjs.sk